

Sucessão de Fibonacci

Partindo-se de um único casal de coelhos recém-nascidos e supondo que um casal de coelhos torna-se fértil após o segundo mês de vida. Quantos pares de coelhos podem ser produzidos, daquele par, durante um ano sabendo-se que todos os meses, cada par de coelhos procria um novo par e que os coelhos nunca morrem?

Quadro Demonstrativo de Reprodução

Fim do mês nº	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	...	n
Casais adultos	1	1	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	...	
Casais jovens	0	0	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144	...	
Total de casais	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144	233	...	

Obs: A quantidade de casal de coelhos após n meses é dado pelo n -ésimo termo da seqüência:

$$F_n = F_{n-2} + F_{n-1}, n \geq 2 \text{ com } F_0 = 1 \text{ e } F_1 = 1$$

Estas seqüências são chamadas **Seqüências** ou **Sucessões de Fibonacci** e os números $S_0, S_1 = F_0, S_2 = F_1, S_3 = F_2, \dots$ são chamados **Números de Fibonacci**. A sucessão dos dez primeiros números de Fibonacci é a seguinte: 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21 e 34. Observe que a sucessão fica mais bem definida quando se acrescenta os dois primeiros termos da sucessão. Sendo assim, podemos dizer que "Cada número da sucessão é obtido pela soma dos dois últimos números". A fórmula para determinar o n -ésimo termo da sucessão é:

$$S_n = \frac{1}{\sqrt{5}} \left\{ \left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right)^n - \left(\frac{1 - \sqrt{5}}{2} \right)^n \right\}$$

Analisando a tabela acima, Fibonacci concluiu que a reprodução só se efectuará a partir do terceiro mês, visto que nos dois primeiros meses, o casal ainda está muito jovem. Logo no terceiro mês de vida nascerá um novo par de coelhos, conseqüentemente teremos dois pares de coelhos; No quarto mês, nascerá mais um par porque os outros que nasceram estão muito jovens. Assim teremos no quarto mês três pares; No quinto mês dois pares de coelhos estarão em condições de reproduzir, permitindo, dessa forma, obter cinco pares no final do mês. Seguindo a mesma linha de raciocínio, ele concluiu que no período de um ano estaria com duzentos e trinta e três coelhos.