

Prova Escrita de Matemática B

11.º/12.º Anos de Escolaridade

Prova 735/Época Especial

13 Páginas

Duração da Prova: 150 minutos. Tolerância: 30 minutos.

2009

COTAÇÕES

GRUPO I	35 pontos
1.	15 pontos
2.	20 pontos
GRUPO II	40 pontos
1.	20 pontos
2.	20 pontos
GRUPO III	65 pontos
1.	15 pontos
2.	20 pontos
3.	30 pontos
3.1.	15 pontos
3.2.	15 pontos
GRUPO IV	30 pontos
1.	15 pontos
2.	15 pontos
GRUPO V	30 pontos
1.	10 pontos
2.	20 pontos
TOTAL	200 pontos

**A classificação da prova deve respeitar integralmente
os critérios gerais e específicos a seguir apresentados**

CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO

A classificação a atribuir a cada item é obrigatoriamente:

- um número inteiro;
- um dos valores resultantes da aplicação dos critérios gerais e específicos de classificação e previstos na respectiva grelha de classificação.

As respostas que se revelem ilegíveis ou que não possam ser claramente identificadas são classificadas com zero pontos. No entanto, em caso de omissão ou de engano na identificação de um item, o mesmo pode ser classificado se, pela resposta apresentada, for possível identificá-lo inequivocamente.

Se o examinando responder a um mesmo item mais do que uma vez, não eliminando inequivocamente a(s) resposta(s) que não deseja que seja(m) classificada(s), deve ser apenas considerada a resposta que surgir em primeiro lugar.

Os critérios de classificação destes itens apresentam-se organizados por etapas e/ou por níveis de desempenho. A cada nível de desempenho e a cada etapa corresponde uma dada pontuação.

Nos itens que apresentam critérios específicos de classificação organizados por níveis de desempenho é atribuída, a cada um desses níveis, uma única pontuação. No caso de, ponderados todos os dados contidos nos descritores, permanecerem dúvidas quanto ao nível a atribuir, deve optar-se pelo nível mais elevado de entre os dois tidos em consideração. É classificada com zero pontos qualquer resposta que não atinja o nível 1 de desempenho no domínio específico da disciplina.

Nos itens de resposta aberta com cotação igual ou superior a 20 pontos que impliquem a produção de um texto, a classificação a atribuir traduz a avaliação simultânea das competências específicas da disciplina e das competências de comunicação em língua portuguesa.

A avaliação das competências de comunicação escrita em língua portuguesa contribui para valorizar a classificação atribuída ao desempenho no domínio das competências específicas da disciplina. Esta valorização é cerca de 10% da cotação do item e faz-se de acordo com os níveis de desempenho descritos no quadro seguinte.

Nível	Descritor
3	Composição bem estruturada, sem erros de sintaxe, de pontuação e/ou de ortografia, ou com erros esporádicos, cuja gravidade não implique perda de inteligibilidade e/ou de sentido.
2	Composição razoavelmente estruturada, com alguns erros de sintaxe, de pontuação e/ou ortografia, cuja gravidade não implique perda de inteligibilidade e/ou de sentido.
1	Composição sem estruturação aparente, com a presença de erros graves de sintaxe, pontuação e/ou de ortografia, cuja gravidade implique perda frequente de inteligibilidade e/ou de sentido.

No caso de a resposta não atingir o nível 1 de desempenho no domínio específico da disciplina, a classificação a atribuir é zero pontos.

Neste caso, não é classificado o desempenho no domínio da comunicação escrita em língua portuguesa.

No quadro seguinte, apresentam-se os critérios de classificação a aplicar em situações não descritas anteriormente.

Situação	Classificação
1. Classificação de um item cujo critério se apresenta organizado por etapas.	A cotação indicada para cada etapa é a classificação máxima que lhe é atribuível. A classificação da resposta resulta da soma das classificações das diferentes etapas, à qual, eventualmente, se subtraem um ou dois pontos, de acordo com o previsto nas situações 12 e/ou 16.
2. Classificação de uma etapa dividida em passos.	A cotação indicada para cada passo é a classificação máxima que lhe é atribuível. A classificação da etapa resulta da soma das classificações dos diferentes passos.
3. Classificação de um item ou de uma etapa cujo critério se apresenta organizado por níveis de desempenho.	A resposta é enquadrada numa das descrições apresentadas. À classificação correspondente subtrai-se, eventualmente, um ponto, de acordo com o previsto nas situações 7, 8 e/ou 16.
4. Utilização de processos de resolução não previstos no critério específico de classificação.	É aceite e classificado qualquer processo de resolução cientificamente correcto. O critério específico deve ser adaptado ao processo de resolução apresentado, mediante distribuição da cotação do item pelas etapas* percorridas pelo examinando. Esta adaptação do critério deve ser utilizada em todos os processos de resolução análogos.
5. Apresentação apenas do resultado final, embora a resolução do item exija cálculos e/ou justificações.	Deve ser atribuída a classificação de zero pontos.
6. Ausência de apresentação explícita de uma dada etapa.	Se a resolução apresentada permite perceber, inequivocamente, que a etapa foi percorrida, a mesma é classificada com a cotação total para ela prevista.
7. Transposição incorrecta de dados do enunciado.	Se o grau de dificuldade da resolução não diminuir, é subtraído um ponto à classificação da etapa. Se o grau de dificuldade da resolução da etapa diminuir, a classificação máxima a atribuir a essa etapa deve ser a parte inteira da metade da cotação prevista.
8. Ocorrência de um erro ocasional num cálculo.	É subtraído um ponto à classificação da etapa em que o erro ocorre.
9. Ocorrência de um erro que revela desconhecimento de conceitos, de regras ou de propriedades.	A classificação máxima a atribuir nessa etapa deve ser a parte inteira de metade da cotação prevista.

Situação	Classificação
10. Ocorrência de um erro na resolução de uma etapa.	A etapa é classificada de acordo com o erro cometido. As etapas subsequentes são classificadas de acordo com os efeitos do erro cometido: - se o grau de dificuldade das etapas subsequentes não diminuir, estas são classificadas de acordo com os critérios específicos de classificação; - se o grau de dificuldade das etapas subsequentes diminuir, a classificação máxima a atribuir a cada uma delas deve ser a parte inteira de metade da cotação prevista.
11. Resolução incompleta de uma etapa.	Se à resolução da etapa faltar apenas o passo final, é subtraído um ponto à classificação da etapa; caso contrário a classificação máxima a atribuir deve ser a parte inteira de metade da cotação prevista.
12. Apresentação de cálculos intermédios com um número de casas decimais diferente do solicitado e/ou apresentação de um arredondamento incorrecto.	É subtraído um ponto à classificação total da resposta.
13. A apresentação do resultado final não respeita a forma solicitada. [Exemplo: é pedido o resultado em centímetros, e o examinando apresenta-o em metros.]	É subtraído um ponto à classificação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
14. Omissão da unidade de medida na apresentação do resultado final [por exemplo, «15» em vez de «15 metros»].	A etapa relativa à apresentação do resultado final é classificada com a cotação total para ela prevista.
15. Apresentação do resultado final com um número de casas decimais diferente do solicitado, e/ou apresentação do resultado final incorrectamente arredondado.	É subtraído um ponto à classificação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
16. Utilização de simbologias ou de expressões inequivocamente incorrectas do ponto de vista formal.	É subtraído um ponto à classificação total da resposta, excepto: - se as incorrecções ocorrerem apenas em etapas já classificadas com zero pontos; - nos casos de uso do símbolo de igualdade quando, em rigor, deveria ter sido usado o símbolo de igualdade aproximada.

* Em situações em que o critério é aplicável tanto a **etapas** como a **passos**, utiliza-se apenas o termo «etapas», por razões de simplificação da apresentação.

CRITÉRIOS ESPECÍFICOS DE CLASSIFICAÇÃO

GRUPO I

1. **15 pontos**
- Determinar o número de casos possíveis (400)(**ver notas 1 e 2**) 10 pontos
- Determinar o número de casos favoráveis (144) 3 pontos
- Calcular o valor da probabilidade 2 pontos

Notas:

1. O examinando pode limitar-se a apresentar, por exemplo, uma tabela de dupla entrada ou um diagrama de árvore, para determinar os casos possíveis.
2. Se o examinando analisar correctamente em pormenor apenas o que se passa num naipe, e não justificar que a probabilidade calculada para esse naipe é a mesma que a pedida (pela proporcionalidade do número de casos possíveis e do número de casos favoráveis), esta etapa deve ser classificada com 5 pontos.

2. **20 pontos**
- Determinar a probabilidade de o Carlos ganhar (0,16) 8 pontos
- Determinar a probabilidade de a Beatriz ganhar (0,48) (**ver nota**)..... 10 pontos
- Concluir que a Beatriz tem a maior probabilidade de ganhar 2 pontos

Nota: Caso o examinando conclua, erradamente, que p («sair um n.º ímpar e um n.º par») = $= 0,24$, deve ser atribuída a classificação de 5 pontos, em vez dos 10 pontos previstos para esta etapa. Se, de acordo com este resultado, o examinando concluir que a Ana tem a maior probabilidade de ganhar, devem ser atribuídos os 2 pontos da última etapa.

GRUPO II

1. **20 pontos**

Mostrar que os triângulos $[ABE]$ e $[ACD]$, representados na figura 4, são semelhantes 6 pontos

Referir que os triângulos $[ABE]$ e $[ACD]$ são rectângulos em B e C , respectivamente 2 pontos

Referir que o ângulo em A é comum aos dois triângulos 2 pontos

Concluir, pelo critério AA, que os triângulos são semelhantes 2 pontos

Calcular \overline{BE} 4 pontos

Estabelecer a proporção $\frac{\overline{BE}}{115} = \frac{10}{146}$ (ou equivalente) 2 pontos

Calcular \overline{BE} ($\approx 7,8767$ m) 2 pontos

Determinar o volume da pirâmide de Quéops 10 pontos

O volume pode ser determinado por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo:

Calcular b ($\approx 15,7534$ m) 2 pontos

Substituir a na fórmula 1 ponto

Substituir b na fórmula 1 ponto

Substituir h na fórmula 1 ponto

Calcular o volume ($\approx 2\,573\,639$ m³) 5 pontos

2.º Processo:

Calcular o volume da pirâmide maior 3 pontos

Calcular a área da base ($52\,900,0000$ m²) 1 ponto

Calcular o volume ($\approx 2\,574\,466,6670$ m³) 2 pontos

Calcular o volume da pirâmide menor 5 pontos

Calcular b ($\approx 15,7534$ m) 2 pontos

Calcular a área da base ($\approx 248,8270$ m²) 1 ponto

Calcular o volume ($\approx 827,2320$ m³) 2 pontos

Determinar a diferença entre os valores ($\approx 2\,573\,639$ m³) 2 pontos

2. 20 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, três processos.

1.º Processo:

Obter a expressão $V(b) = b^2 + 10b + 100$ 5 pontos

Representar graficamente a função definida por

$V(b) = b^2 + 10b + 100$, para $b \geq 0$ (**ver nota**) 5 pontos

Representar graficamente a recta de equação $y = 175$ 4 pontos

Assinalar a abcissa do ponto de intersecção das duas representações gráficas 4 pontos

Indicar o valor de b (5 m) 2 pontos

2.º Processo:

Obter a expressão $V(b) = b^2 + 10b + 100$ 5 pontos

Escrever a equação $V(b) = 175$ (ou equivalente) 2 pontos

Obter $b^2 + 10b - 75 = 0$ 3 pontos

Representar graficamente a função definida por

$y = x^2 + 10x - 75$, para $x \geq 0$ (**ver nota**) 4 pontos

Assinalar na representação gráfica o zero da função 4 pontos

Indicar o valor de b (5 m) 2 pontos

3.º Processo:

Escrever a equação $10^2 + 10b + b^2 = 175$ (ou equivalente) 7 pontos

Simplificar a equação e escrevê-la na forma canónica 3 pontos

Determinar b (5 m) 10 pontos

Nota: Se o examinando não respeitar o domínio da função, a classificação desta etapa deve ser desvalorizada em 1 ponto.

GRUPO III

1. 15 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo:

Calcular $A(20)$ ($\approx 166,1$ cm) 7 pontos

Referir que $A(20)$ é o máximo da função, atendendo a que a função é crescente no seu domínio, $[0,20]$ 7 pontos

Concluir que a altura da Rita não atinge 175 cm até aos 20 anos 1 ponto

2.º Processo:

Justificar que $A(t) > 170$ é impossível, atendendo ao facto de se tratar de uma restrição de uma função logística e de o parâmetro no numerador da respectiva expressão ser $a = 170$ 14 pontos

Concluir que a altura da Rita não atinge 175 cm até aos 20 anos 1 ponto

2. 20 pontos

Calcular $A(6)$ ($\approx 112,8$ cm) 5 pontos

Referir que a altura da Rita, aos 6 anos, está abaixo do valor de referência para essa idade, porque $A(6) < 115,1$ 5 pontos

Calcular $A(8)$ ($\approx 128,1$ cm) 5 pontos

Referir que a altura da Rita, aos 8 anos, está acima do valor de referência para essa idade, porque $A(8) > 126,6$ 5 pontos

3.1. 15 pontos

Esta resposta deve ser classificada de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

Refere que $f(12) \approx 4$ significa que, aos 12 anos de idade, a Rita está a crescer a uma taxa aproximada de 4 cm por ano 15 pontos

Refere apenas que o valor de $f(12)$ representa a taxa de crescimento da Rita, aos 12 anos de idade 7 pontos

Refere apenas que a Rita está a crescer a uma taxa de 4 cm por ano 7 pontos

Outras respostas 0 pontos

3.2. 15 pontos

Referir que a função A é estritamente crescente 7 pontos

Justificar que a função A é estritamente crescente (**ver nota**) 8 pontos

Nota: O examinando pode justificar que a função A é estritamente crescente pelo facto de no enunciado ser dito que «a altura da Rita foi sempre aumentando» nos primeiros 20 anos.

Pode também justificar que A é estritamente crescente pelo facto de a taxa de variação f ser sempre positiva, tal como mostra o gráfico representado na figura 5 do enunciado.

GRUPO IV

1. 15 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo:

Referir que os termos da sequência estão em progressão aritmética de razão 1,8 3 pontos

Referir o 1.º termo da sequência (2) 1 ponto

Determinar o termo geral da sequência $(1,8n + 0,2)$ (ou equivalente) 4 pontos

Escrever a equação $(1,8n + 0,2 = 11)$ 2 pontos

Resolver a equação $(n = 6)$ 4 pontos

Apresentar a resposta (a boneca está na sexta posição) 1 ponto

2.º Processo:

Escrever os 6 primeiros termos da sequência (2; 3,8; 5,6; 7,4; 9,2; 11) 10 pontos

Concluir que a boneca se encontra na sexta posição desta sequência 5 pontos

2. 15 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, três processos.

1.º Processo:

Escrever a equação $\frac{u_1 + u_n}{2} \times n = 142,8$ 2 pontos

Substituir u_1 e u_n na equação 3 pontos

Obter a equação do 2.º grau $1,8n^2 + 2,2n - 285,6 = 0$ (ou equivalente) 5 pontos

Resolver, em \mathbb{R} , a equação de 2.º grau e obter $n = -\frac{119}{9} \vee n = 12$ 3 pontos

Concluir que $n = 12$ 2 pontos

2.º Processo:

Determinar os doze termos consecutivos:

(2; 3,8; 5,6; 7,4; 9,2; 11; 12,8; 14,6; 16,4; 18,2; 20; 21,8) 7 pontos

Calcular o valor da soma (142,8) 6 pontos

Concluir que 12 é o número total de bonecas da sequência 2 pontos

3.º Processo:

Escrever a equação $\frac{2 + [2 + (n - 1) \times 1,8]}{2} \times n = 142,8$ (ou equivalente)..... 5 pontos

Apresentar parte do gráfico da função quadrática definida por

$S(x) = 0,9x^2 + 1,1x$ numa janela de visualização que inclua o intervalo $[1; k]$

com $k > 12$ (**ver nota**) 3 pontos

Esboçar a recta de equação $y = 142,8$ 3 pontos

Assinalar a abcissa do ponto de intersecção da recta com o arco de

parábola ($x = 12$) 2 pontos

Concluir que 12 é o número total de bonecas da sequência 2 pontos

Nota: Se o examinando representar apenas a função S no intervalo $[1; 12]$ e não referir que o respectivo gráfico é um arco de parábola, a classificação desta etapa deve ser desvalorizada em 1 ponto.

GRUPO V

1. **10 pontos**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo:

Representar em referencial cartesiano o gráfico de f no domínio considerado (**ver nota**) .. 2

Obter $f(6)$ (18) 2

Obter $f(10)$ (22) 2

Determinar a diferença (4) 4

Nota: Se o esboço do gráfico de f incluir valores que não pertencem ao intervalo $[0; 24]$, a classificação desta etapa deve ser desvalorizada em 1 ponto. Porém, o examinando pode limitar-se a apresentar o gráfico de $f|_I$, com $[6; 10] \subset I \subset [0; 24]$.

2.º Processo:

Substituir t por 6 na expressão de f 1

Calcular $f(6)$ (18)..... 2

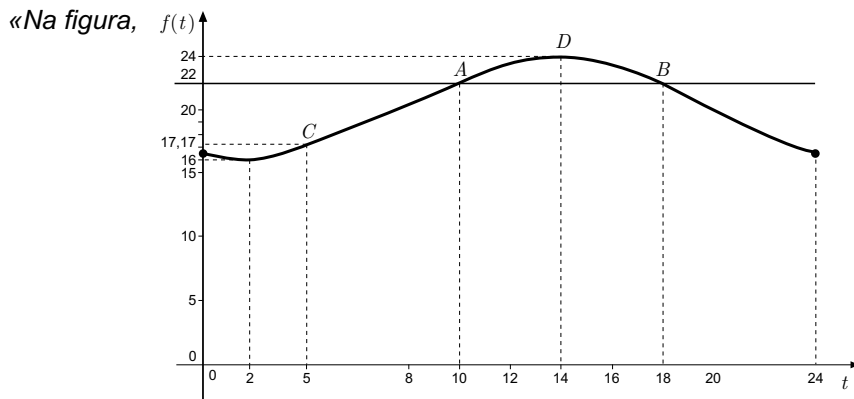
Substituir t por 10 na expressão de f 1

Calcular $f(10)$ (22) 2

Determinar a diferença (4) 4

2. **20 pontos**

Apresenta-se, a seguir, um exemplo de resposta:



estão apresentados o gráfico da função f , a recta de equação $y = 22$ e os pontos de intersecção do gráfico da função com esta recta: $A(10, 22)$ e $B(18, 22)$. Calculando a diferença das respectivas abcissas, obtém-se $x_B - x_A = 18 - 10 = 8$.

Verificamos, assim, que a condição I) é cumprida, pois a temperatura mantém-se superior a 22°C , apenas durante 8 horas.

A condição II) é cumprida, dado que a temperatura máxima no laboratório é de 24 °C, enquanto a temperatura mínima é de 16 °C, pelo que a diferença entre os valores das temperaturas, máxima e mínima, é inferior ao valor recomendado de 9 °C.

A condição III) é cumprida, visto que o valor máximo que f no intervalo $[0, 5]$, é aproximadamente 17,17, pelo que, nas primeiras 5 horas deste dia, a temperatura manteve-se inferior a 19 °C.»

Como o exemplo ilustra, a composição deve abordar os seguintes tópicos:

- justificação de que a condição I) se verifica;
- justificação de que a condição II) se verifica;
- justificação de que a condição III) se verifica.

Na tabela seguinte, indica-se como deve ser classificado este item, de acordo com os níveis de desempenho no domínio da comunicação escrita em língua portuguesa descritos nos critérios gerais e com os níveis de desempenho no domínio específico da disciplina.

Descritores do nível de desempenho no domínio da comunicação escrita em língua portuguesa			Níveis*		
			1	2	3
Descritores do nível de desempenho no domínio específico da disciplina					
Níveis**	3	A composição aborda, correctamente, os três tópicos.	18	19	20
	2	A composição aborda, correctamente, apenas dois tópicos.	12	13	14
	1	A composição aborda, correctamente, apenas um tópico.	6	7	8

* Descritores apresentados nos critérios gerais.

** Apenas podem ser atribuídas classificações correspondentes a um dos valores constantes do quadro. Não há lugar a classificações intermédias.

No caso de a resposta não atingir o nível 1 de desempenho no domínio específico da disciplina, a classificação a atribuir é de zero pontos. Neste caso, não é classificado o desempenho no domínio da comunicação escrita em língua portuguesa.

Nota: Apenas podem ser atribuídas classificações correspondentes a um dos valores constantes do quadro. Não há lugar a classificações intermédias. No caso de a resposta não atingir o nível 1 de desempenho no domínio específico da disciplina, a classificação a atribuir é de zero pontos. Neste caso, não é classificado o desempenho no domínio da comunicação escrita em língua portuguesa.

