Escola Secundária de Francisco Franco
Matemática – 12.º ano

Probabilidades e Combinatória – alguns exercícios saídos em exames

(Exames Nacionais 1996)

1. Numa caixa estão 12 Bolas de Berlim de igual aspecto exterior. No entanto 5 não têm creme. Retirando da caixa 3 desses bolos ao acaso, a probabilidade de que apenas um deles tenha creme é:
[A] 7/12 [B] 7/66 [C] 35/264 [D] 7/22
(Prova Modelo)

3. Dos ouvintes de uma estação radiofónica, 37% ouvem o programa X, 53% ouvem o programa Y e 15% ouvem ambos os programas. Ao escolher aleatoriamente um ouvinte desta estação, qual é a probabilidade de que:
a) Escute apenas um dos referidos programas?
b) Não escute nenhum destes 2 programas?
(1ª chamada)

(Exames Nacionais 1997)

10. ${}^{1997}C_{100} + {}^{1997}C_{101}$ é igual a:
[A] ${}^{1998}C_{101}$ [B] ${}^{1996}C_{100}$ [C] ${}^{1997}C_{201}$ [D] ${}^{1998}C_{201}$
(Prova Modelo)

15. Uma empresa de cofres atribui ao acaso um código secreto a cada cofre que comercializa. Cada código secreto é formado por 4 algarismos, por uma certa ordem. Escolhendo-se um cofre ao acaso, qual a probabilidade de o código ter exactamente 3 zeros?
[A] 0,0004 [B] 0,0027 [C] 0,0036 [D] 0,004
(2ª chamada)

(Exames Nacionais 1998)

21. O penúltimo nº de uma certa linha do Triângulo de Pascal é 10. Qual é o 3º nº dessa linha?
(A) 11 (B) 19 (C) 45 (D) 144
(1ª chamada)

22. Um dado é lançado 5 vezes. Qual é a probabilidade de que a face *seis* apareça pelo menos uma vez?
(A) $1-\left(\frac{1}{6}\right)^5$ (B) $1-\left(\frac{5}{6}\right)^5$ (C) $C_1^5\left(\frac{1}{6}\right)^5$ (D) $C_1^5\left(\frac{5}{6}\right)^5$
(1ª chamada)

25. O código de um cartão multibanco é uma sequência de 4 algarismos como, por exemplo, 0559.
a) Quantos códigos diferentes existem com um e um só algarismo zero?
b) Imagine que um amigo seu vai adquirir um cartão multibanco. Admitindo que o código de qualquer cartão multibanco é atribuído ao acaso, qual é a probabilidade de o código desse cartão ter os 4 algarismos diferentes? Apresente o resultado na forma de dízima.
(2ª chamada)

(Exames Nacionais 1999)

29. Considere 2 linhas consecutivas do triângulo de Pascal, das quais se reproduzem alguns elementos:

... 36 a 126 ...
... 120 b ...

Indique o valor de b.
(A) 164 (B) 198 (C)210 (D) 234
(Prova Modelo)

31. Lança-se três vezes um dado equilibrado com as faces numeradas de 1 a 6. Indique, justificando, qual dos 2 acontecimentos seguintes é mais provável:
» nunca sair o nº 6;
» saírem números todos diferentes
(Prova Modelo)

33. $\underline{a\ b\ c\ d\ e\ f\ g}$ representa uma linha completa do Triângulo de Pascal, onde todos os elementos estão substituídos por letras. Qual das seguintes igualdades é verdadeira?
(A) $c={}^6C_3$ (B) $c={}^6C_2$ (C) $c={}^7C_2$ (D) $c={}^7A_2$
(1ª chamada)

36. Uma nova gama de gelados oferece, em cada gelado, um de 3 bonecos: Rato Mickey, Peter Pan ou Astérix. Sete amigos vão comprar um gelado cada um. Supondo que os 3 bonecos têm igual probabilidade de sair, qual é a probabilidade de o Rato Mickey sair exactamente a 2 dos sete amigos?
(A) ${}^7C_2\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)^5$ (B) $\frac{{}^7C_2}{7!}$
(C) ${}^7C_2\left(\frac{1}{3}\right)^5\left(\frac{2}{3}\right)^2$ (D) $\frac{{}^7A_2}{7!}$
(2ª chamada)

39. Acabou o tempo de um jogo de basquetebol, e uma das equipas está a perder por um ponto, mas tem ainda direito a 2 lances livres. O Manuel vai tentar encestar. Sabendo que este jogador concretiza, em média, 70% dos lances livres que efectua e que cada lance livre concretizado corresponde a um ponto, qual é a probabilidade de o jogo terminar empatado?
(A) 0,14 (B) 0,21 (C) 0,42 (D) 0,7
(2ª fase)

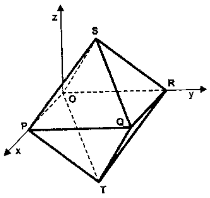
(*Exames Nacionais 2000*)

42. Uma caixa contém 5 bolas brancas e 5 bolas pretas, indistinguíveis ao tacto. Tiram-se ao acaso, sucessivamente e sem reposição, 2 bolas da caixa. Considere os seguintes acontecimentos: B_1-a bola retirada em 1º lugar é branca; B_2-a bola retirada em 2º lugar é branca. Qual é o valor da probabilidade condicionada $P(B_2|B_1)$?

(A) $\frac{1}{2}\times\frac{4}{9}$ (B) $\frac{1}{2}\times\frac{5}{9}$ (C) $\frac{4}{9}$ (D) $\frac{5}{9}$

(Prova Modelo)

43. Na figura ao lado está representado, em referencial o.n. Oxyz, um octaedro.



Sabe-se que: um dos vértices do octaedro é a origem O do referencial; a recta ST é paralela ao eixo Oz; o ponto P pertence ao semieixo positivo Ox; o ponto R pertence ao semieixo positivo Oy; a aresta do octaedro tem comprimento 1. Escolhidos ao acaso 2 vértices do octaedro, qual é a probabilidade de estes definirem uma recta contida no plano de equação x=y? Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

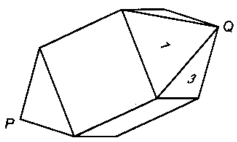
(Prova Modelo)

44. Seja S o conjunto de resultados associado a uma experiência aleatória. Sejam A e B 2 acontecimentos (A e B são, portanto, subconjuntos de S). Prove que

$P(A)+P(B)+P(\overline{A}\cap\overline{B})=1+P(A\cap B)$

(Prova Modelo)

47. Na figura está representado um poliedro com 12 faces que pode ser decomposto num cubo e em 2 pirâmides quadrangulares regulares.



a) Pretende-se numerar as 12 faces do poliedro, com os números de 1 a 12 (um nº diferente em cada face). Como se vê na figura, 2 das faces do poliedro já estão numeradas, com os números 1 e 3.

a_1) De quantas maneiras podemos numerar as outras 10 faces, com os restantes 10 nºs?

a_2) De quantas maneiras podemos numerar as outras 10 faces, com os restantes 10 nºs, de forma a que, nas faces de uma pirâmide, fiquem só nºs ímpares e nas faces da outra pirâmide, fiquem só nºs pares?

b) Considere agora o poliedro num referencial o.n. Oxyz, de tal forma que o vértice P coincida com a origem do referencial, e o vértice Q esteja no semieixo positivo Oy. Escolhidos ao acaso 3 vértices distintos, qual é a probabilidade de estes definirem um plano paralelo ao plano de equação y=0? Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

(1ª chamada)

49. O António escolhe, ao acaso, uma página de um jornal de 8 páginas. A Ana escolhe, ao acaso, uma página de uma revista de 40 páginas. Qual é a probabilidade de ambos escolherem a página 5?

(A) 1/320 (B) 3/20 (C) 1/48 (D) 5/48

(2ª chamada)

50. a) Um estudo feito a uma certa marca de iogurtes revelou que: se um iogurte está dentro do prazo de validade, a probabilidade de estar estragado é 0,005; se um iogurte está fora do prazo de validade, a probabilidade de estar estragado é 0,65. Considere que, num certo dia, uma mercearia tem 10 iogurtes dessa marca, dos quais 2 estão fora do prazo. Escolhendo ao acaso um desses iogurtes, qual é a probabilidade de ele estar estragado?

b)(adaptação) Numa aula de Matemática, a professora propõe um problema à turma: *Uma caixa tem 12 compartimentos para colocar iogurtes. De quantas maneiras diferentes podemos colocar 7 iogurtes nessa caixa, sabendo que 4 iogurtes são naturais (e portanto indistinguíveis) e os restantes 3 são de frutas (um de morango, um de banana e um de ananás)?*

O João e a Joana são os 1ºs a responder: ${}^{12}C_7\times{}^{7}A_3$ e ${}^{12}C_4\times{}^{8}A_3$ (respectivamente). Ambas as respostas ao problema proposto estão certas. Numa pequena composição (15 a 20 linhas, aproximadamente) explique o raciocínio de cada um dos 2 alunos.

(2ª chamada)

52. Lança-se 2 vezes 1 dado equilibrado, com as faces numeradas de 1 a 6. Seja X o nº de vezes que sai a face 6 nos 2 lançamentos. Qual é a distribuição de probabilidades de variável X?

(A)

x_i	0	1	2
$P(X=x_i)$	$(5/6)^2$	$2\times1/6\times5/6$	$(1/6)^2$

(B)

x_i	0	1	2
$P(X=x_i)$	$(1/6)^2$	$2\times1/6\times5/6$	$(5/6)^2$

(C)

x_i	0	1	2
$P(X=x_i)$	5/6	$1/6\times5/6$	1/6

(D)

x_i	0	1	2
$P(X=x_i)$	1/6	$1/6\times5/6$	5/6

(2ª fase)

53. a) Seja S o conjunto de resultados associado a uma experiência aleatória. Sejam E_1 e E_2 2 acontecimentos possíveis ($E_1\subset S$ e $E_2\subset S$). Prove que

$P(\overline{E_1}\cup\overline{E_2})=1-P(E_1)\times P(E_2|E_1)$

b) Um baralho de cartas completo é constituído por 52

c) Num certo jogo de cartas, utiliza-se um baralho

cartas, repartidas por 4 naipes de 13 cartas cada: espadas, copas, ouros e paus. De um baralho completo extraem-se, sucessivamente e sem reposição, 2 cartas. Qual é a probabilidade de pelo menos 1 das cartas extraídas não ser do naipe espadas? Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.
Nota: se o desejar, utilize a igualdade referida na alínea anterior; neste caso, deverá começar por caracterizar claramente os acontecimentos E_1 e E_2, no contexto da situação apresentada.

completo e dão-se 13 cartas a cada jogador. Imagine que está a participar nesse jogo. Qual é a probabilidade de, nas 13 cartas que vai receber, haver exactamente 6 cartas do naipe de espadas? Apresente o resultado na forma de percentagem, arredondado às unidades.

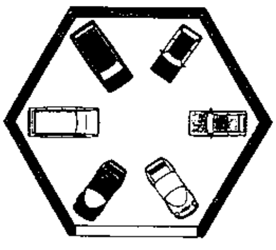
(2ª fase)

(Exames Nacionais 2001)

54. Admita que, numa certa escola, a variável "*altura das alunas do 12º ano de escolaridade*" segue uma distribuição aproximadamente normal, de média 170 cm. Escolhe-se, ao acaso, uma aluna do 12º ano dessa escola. Relativamente a essa rapariga, qual dos seguintes acontecimentos é o mais provável?
(A) A sua altura é superior a 180 cm
(B) A sua altura é inferior a 180 cm
(C) A sua altura é superior a 155 cm
(D) A sua altura é inferior a 155 cm

(Prova Modelo)

56. O AUTO-HEXÁGONO é um *stand* de venda de automóveis.
a) Efectuou-se um estudo sobre as vendas de automóveis nesse *stand*, o qual revelou que:
-15% dos clientes compram automóvel com alarme e com rádio;
-20% dos clientes compram automóvel sem alarme e sem rádio;
-45% dos clientes compram automóvel com alarme (com ou sem rádio).
Um cliente acaba de comprar um automóvel.
a_1) A Marina, empregada do *stand*, que nada sabia das preferências desse cliente e não tomou conhecimento do equipamento do automóvel que ele tinha comprado, apostou que esse automóvel estava equipado com rádio, mas não tinha alarme. Qual é a probabilidade de a Marina acertar? Apresente o resultado na forma de percentagem.
a_2) Alguém informou depois a Marina de que o referido automóvel vinha equipado com alarme. Ela apostou, então, que o automóvel também tinha rádio. Qual é a probabilidade de a Marina ganhar esta nova aposta? Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.
b) O *stand*, de forma hexagonal, tem uma montra que se situa num dos lados do hexágono. Pretende-se arrumar 6 automóveis <u>diferentes</u> (2 utilitários, 2 desportivos e 2 comerciais), de tal forma que cada automóvel fique junto do vértice do hexágono.



Supondo que se arrumam os 6 automóveis ao acaso, qual é a probabilidade de os 2 desportivos ficarem junto dos vértices que se encontram nas extremidades da montra? Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

(Prova Modelo)

58. Uma caixa tem 5 bombons, dos quais apenas 2 têm licor. Tira-se da caixa, ao acaso, uma amostra de 3 bombons. Considere que X designa a variável "*nº de bombons <u>com licor</u> existentes nessa amostra*". Qual das seguintes distribuições de probabilidades pode ser a da variável X?

(A)

x_i	0	1	2
$P(X=x_i)$	$1/{}^5C_3$	$6/{}^5C_3$	$3/{}^5C_3$

(B)

x_i	0	1	2
$P(X=x_i)$	$3/{}^5C_3$	$6/{}^5C_3$	$1/{}^5C_3$

(C)

x_i	1	2	3
$P(X=x_i)$	$1/{}^5C_3$	$6/{}^5C_3$	$3/{}^5C_3$

(D)

x_i	1	2	3
$P(X=x_i)$	$3/{}^5C_3$	$6/{}^5C_3$	$1/{}^5C_3$

(1ª chamada)

59. Num saco existem 15 bolas, indistinguíveis ao tacto. Cinco bolas são amarelas, 5 são verdes e 5 são brancas. Por cada uma das cores, as bolas estão numeradas de 1 a 5.
a) Retirando todas as bolas do saco e dispondo-as, ao acaso, numa fila, qual é a probabilidade de as bolas da mesma cor ficarem todas juntas? Apresente o resultado na forma de dízima, com 7 casas decimais.
b) Suponha agora que, no saco, estão apenas <u>algumas</u> das 15 bolas. Nestas novas condições, admita que, ao retirarmos, ao acaso, uma bola do saco, se tem:

- a probabilidade de essa bola ser amarela é 50%
- a probabilidade de essa bola ter o nº 1 é 25%
- a probabilidade de essa bola ser amarela ou ter o nº 1 é 62,5%

Prove que a bola amarela nº 1 está no saco.

(1ª chamada)

60. Num curso superior existem 10 disciplinas de índole literária, das quais 3 são de literatura contemporânea. Um estudante pretende inscrever-se em 6 disciplinas desse curso. Quantas escolhas pode ele fazer se tiver de se inscrever em, pelo menos, 2 disciplinas de literatura contemporânea?

(A) ${}^3C_2+{}^7C_4\times{}^7C_3$ (B) ${}^3C_2+{}^7C_4+{}^7C_3$

(C) ${}^3C_2\times{}^7C_4\times{}^7C_3$ (D) ${}^3C_2\times{}^7C_4+{}^7C_3$

(2ª chamada)

62. Três casais, os Nunes, os Martins e os Santos, vão ao cinema.

a) Ficou decidido que uma mulher, escolhida ao acaso de entre as 3 mulheres, paga 3 bilhetes, e que 1 homem, escolhido igualmente ao acaso de entre os 3 homens, paga outros 3 bilhetes. Qual é a probabilidade de o casal Nunes pagar os 6 bilhetes? Apresente o resultado na forma de fracção.

b) Considere o seguinte problema:

Depois de terem comprado os bilhetes, todos para a mesma fila e em lugares consecutivos, as 6 pessoas distribuem-nos ao acaso entre si. Supondo que cada pessoa se senta no lugar correspondente ao bilhete que lhe saiu, qual é a probabilidade de os membros de cada casal ficarem juntos, com o casal Martins no meio?

Numa pequena composição, com cerca de 15 linhas, explique por que razão $2^4/6!$ é uma resposta correcta a este problema. Deve organizar a sua composição de acordo com os seguintes tópicos:

- referência à Regra de Laplace;
- explicação do nº de casos possíveis;
- explicação do nº de casos favoráveis.

(2ª chamada)

(*Exames Nacionais 2002*)

67. A tabela de distribuição de probabilidade de uma variável aleatória X é:

x_i	1	2	3
$P(X=x_i)$	a	$2a$	a

Qual é o valor de a?

(A) 1/5 (B) ¼ (C) 1/3 (D) ½

(1ª chamada)

68. 1. Seja S o espaço de resultados associado a uma experiência aleatória. Sejam A e B 2 acontecimentos possíveis ($A\subset S$ e $B\subset S$). Prove que:

$$P(\overline{A}\cap\overline{B})=P(\overline{A})-P(B)+P(A|B)\times P(B)$$

2. Das raparigas que moram em Vale do Rei, sabe-se que: a quarta parte tem olhos verdes; a terça parte tem cabelo louro; das que têm cabelo louro, metade tem olhos verdes.

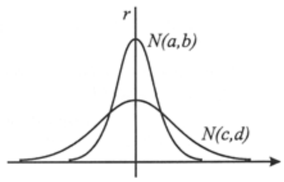
a) Escolhendo aleatoriamente uma rapariga de Vale do Rei, qual é a probabilidade de ela não ser loura nem ter olhos verdes?

Sugestão: se lhe for útil, pode utilizar a igualdade enunciada na alínea 68.1 para resolver o problema.

b) Admita agora que em Vale do Rei moram 120 raparigas. Pretende-se formar uma comissão de 5 raparigas, para organizar um baile. Quantas comissões diferentes se podem formar com exactamente 2 raparigas louras?

(1ª chamada)

69. Na figura estão representados os gráficos de 2 distribuições normais. Uma das distribuições tem valor médio a e desvio padrão b. A outra distribuição tem valor médio c e desvio padrão d. Os gráficos são simétricos em relação à mesma recta r.



Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

(A) $a=c$ e $b>d$ (B) $a=c$ e $b<d$

(C) $a>c$ e $b=d$ (D) $a<c$ e $b=d$

(2ª chamada)

74. Um baralho de cartas completo é constituído por 52 cartas, repartidas por 4 naipes de 13 cartas cada: Espadas, Copas, Ouros e Paus. Cada naipe tem 3 figuras: Rei, Dama e Valete.

a) Retirando, ao acaso, 6 cartas de um baralho completo, qual é a probabilidade de, entre elas, haver um e um só Rei? Apresente o resultado na forma de dízima, com aproximação às milésimas.

b) De um baralho completo extraem-se ao acaso, sucessivamente e sem reposição, 2 cartas. Sejam E_1, C_2 e F_2 os acontecimentos:

E_1: *sair Espadas na 1ª extracção;*

C_2: *sair Copas na 2ª extracção;*

F_2: *sair uma figura na 2ª extracção;*

Sem utilizar a fórmula da probabilidade condicionada, indique o valor de $P((F_2\cap C_2)|E_1)$. Numa pequena composição, com cerca de 10 linhas, explicite o raciocínio que efectuou. O valor pedido deverá resultar apenas da interpretação do significado de $P((F_2\cap C_2)|E_1)$, no contexto da situação descrita.

(2ª fase)

(*Exames Nacionais 2003*)

76. Numa caixa estão três cartões, numerados de 1 a 3. Extraem-se ao acaso, e em simultâneo, dois cartões da caixa. Seja X o <u>maior</u> dos números saídos. Qual é a distribuição de probabilidades da variável aleatória X?

(A)

x_i	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$

(B)

x_i	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

(C)

x_i	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

(D)

x_i	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$

(1ª chamada)

77. No balcão de uma geladaria existe um recipiente com dez compartimentos, cinco à frente e cinco atrás, para colocar gelado. Em cada compartimento só é colocado um sabor, e nunca existem dois compartimentos com o mesmo sabor. Num certo dia, a geladaria tem sete sabores disponíveis: cinco são de fruta (morango, ananás, pêssego, manga e framboesa) e os outros dois são baunilha e chocolate.

a) De quantas maneiras distintas se podem colocar os sete sabores no recipiente?

b) De quantas maneiras distintas se podem colocar os sete sabores no recipiente, de tal forma que os cinco de fruta preencham a fila da frente?

(1ª chamada)

82. Considere o seguinte problema:

Vinte e cinco jovens (doze rapazes e treze raparigas) pretendem ir ao cinema. Chegados lá, verificam que existem apenas vinte bilhetes (para duas filas com dez lugares consecutivos em cada uma delas). Comprados os vinte bilhetes, distribuem-nos ao acaso. Como é evidente, cinco jovens irão ficar sem bilhete. Qual é a probabilidade de uma das filas ficar ocupada só com rapazes e a outra só com raparigas?

Uma resposta correcta para este problema é:

$$\frac{{}^{12}C_{10} \times {}^{13}C_{10} \times 2 \times 10! \times 10!}{{}^{25}C_{20} \times 20!}$$

Numa pequena composição, com cerca de vinte linhas, explique <u>esta resposta</u>.

<u>Nota</u>: Deve organizar a sua composição de acordo com os seguintes tópicos:
- referência à Regra de Laplace;
- explicação do número de casos possíveis;
- explicação do número de casos favoráveis.

(2ª chamada)

83. Considere a linha do Triângulo de Pascal em que o 2º elemento é 35. Escolhem-se, ao acaso, 2 elementos dessa linha. Qual é a probabilidade de esses 2 elementos serem iguais?

(A) $\frac{19}{{}^{35}C_2}$ (B) $\frac{35}{{}^{36}C_2}$ (C) $\frac{1}{{}^{35}C_2}$ (D) $\frac{18}{{}^{36}C_2}$

(2ª fase)

86. Seja S o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B 2 acontecimentos possíveis ($A\subset S$ e $B\subset S$). Sabe-se que: $P(A\cap B)=0{,}1$; $P(A\cup B)=0{,}8$; $P(A|B)=0{,}25$.

Prove que A e $\overline{A}$ são acontecimentos equiprováveis.

(2ª fase)

(*Exames Nacionais 2004*)

89. O João tem, no bolso, <u>seis</u> moedas: duas moedas de 1 euro e quatro moedas de 50 cêntimos. O João retira, simultaneamente e ao acaso, <u>duas</u> moedas do bolso.

a) Seja X a quantia, em euros, correspondente às moedas retiradas pelo João. Construa a tabela de distribuição de probabilidades da variável X, apresentando as probabilidades na forma de fracção irredutível.

b) Depois de ter retirado as duas moedas do bolso, o João informou a sua irmã Inês de que elas eram iguais. Ela apostou, então, que a quantia retirada era de 2 euros. Qual é a probabilidade de a Inês ganhar a aposta? Apresente o resultado sob a forma de fracção irredutível.

(1ª fase)

92. Lança-se um dado equilibrado, com as faces numeradas de 1 a 6.

a) Considere os acontecimentos A e B: A- «sai face par»; B-«sai um número menor do que 4». Indique o valor da probabilidade condicionada $P(B|A)$. <u>Justifique</u> a sua resposta.

b) Considere agora que o dado é lançado três vezes. Qual é a probabilidade de a face 6 sair, pela primeira vez, precisamente no terceiro lançamento? Apresente o resultado sob a forma de percentagem, arredondado às décimas.

(2ª fase)

93. Considere o seguinte problema:

Um saco contém doze bolas, indistinguíveis ao tacto: três bolas com o número 1, cinco bolas com o número 2 e quatro bolas com o número 3. Retiram-se, do saco, três bolas, ao acaso. Qual é a probabilidade de a soma dos números saídos ser igual a cinco?

Uma resposta correcta para este problema é

$$\frac{{}^{3}C_2 \times 4 + {}^{5}C_2 \times 3}{{}^{12}C_3}$$

Numa pequena composição, com cerca de dez linhas, explique esta resposta.

<u>Nota</u>: Deve organizar a sua composição de acordo com os seguintes tópicos:

* referência à Regra de Laplace;
* explicação do número de casos possíveis;
* explicação do número de casos favoráveis.

(2ª fase)

(*Exames Nacionais 2005*)

94. Seja Ω o espaço de resultados (com um número finito de elementos) associado a uma certa experiência aleatória. Sejam X e Y dois acontecimentos ($X \subset \Omega$ e $Y \subset \Omega$). Apenas uma das afirmações seguintes não é equivalente à igualdade $P(X \cap Y)=0$. Qual?
(A) X e Y são acontecimentos incompatíveis.
(B) X e Y não podem ocorrer simultaneamente.
(C) Se X ocorreu, Y não pode ocorrer.
(D) X e Y são ambos impossíveis.

(1ª fase)

95. A distribuição de probabilidades de uma variável aleatória X é dada pela tabela

x_i	0	2	4
$P(X=x_i)$	a	b	b

(a e b designam números reais). A média da variável aleatória X é igual a 1. Qual é o valor de a e qual é o valor de b?
(A) $a = ½$ $b = ¼$ (B) $a = 3/5$ $b = 1/5$
(C) $a = 2/3$ $b = 1/6$ (D) $a = ½$ $b = 1/6$

(1ª fase)

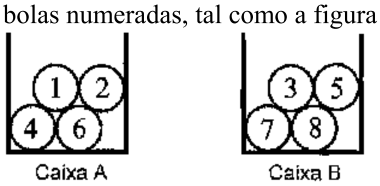
96. Num saco, estão três bolas pretas e nove bolas brancas, indistinguíveis ao tacto. Extraem-se ao acaso, sucessivamente e sem reposição, as doze bolas do saco. Determine:
a) A probabilidade de as duas primeiras bolas extraídas não serem da mesma cor. Apresente o resultado na forma de fracção irredutível. b) A probabilidade de as três bolas pretas serem extraídas consecutivamente (umas a seguir às outras). Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

(1ª fase)

97. Considere um prisma regular em que cada base tem n lados. Numa pequena composição, justifique que o número total de diagonais de todas as faces do prisma (incluindo as bases) é dado por $2({}^nC_2 - n) + 2n$

(1ª fase)

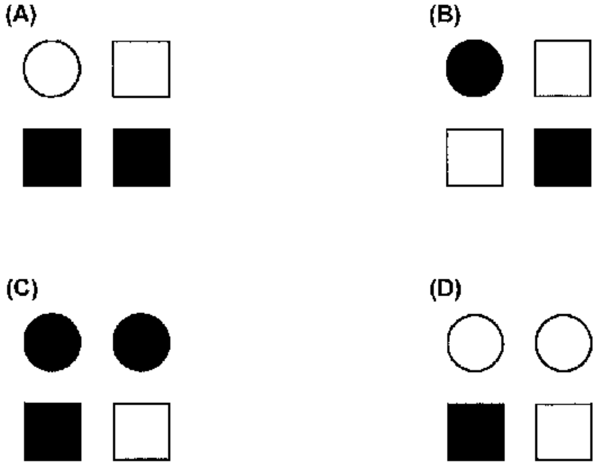
98. Considere 2 caixas, A e B, cada uma delas contendo 4 bolas numeradas, tal como a figura abaixo ilustra.



Extraem-se, ao acaso, duas bolas da caixa A e uma bola da caixa B. Multiplicam-se os nºs das 3 bolas retiradas.
Qual é a probabilidade de o produto obtido ser um nº par?
(A) 0 (B) 1 (C) $\frac{2 \times 1}{{}^4C_2 \times {}^4C_1}$ (D) $\frac{{}^3C_2 \times {}^1C_1}{{}^4C_2 \times {}^4C_1}$

(2ª fase)

99. Em cada uma das opções seguintes (A, B, C e D) estão representadas 4 figuras (as figuras são círculos ou quadrados e estão pintadas de branco ou de preto). Para cada opção, considere:
» a experiência que consiste na escolha aleatória de uma das 4 figuras; » os acontecimentos:
X: «a figura escolhida é um quadrado»;
Y: «a figura escolhida está pintada de preto».
Em qual das opções se tem $P(X|Y)=1/2$?



(2ª fase)

100. O João tem 14 discos de música ligeira: 6 são portugueses; 4 são espanhóis; 3 são franceses; 1 é italiano.
a) O João pretende seleccionar 4 desses 14 discos.
a_1) Quantos conjuntos diferentes pode o João fazer, de tal modo que os 4 discos seleccionados sejam de 4 países diferentes, ou seja, um de cada país?
a_2) Quantos conjuntos diferentes pode o João fazer, de tal modo que os 4 discos seleccionados sejam todos do mesmo país?
b) Considere agora a seguinte experiência: o João selecciona, ao acaso, 4 dos 14 discos. Seja X a variável aleatória: «*nº de discos italianos seleccionados*». Construa a tabela de distribuição de probabilidades da variável X. Apresente as probabilidades na forma de fracção irredutível.

(2ª fase)

$\boxed{E1.}$ Um dado equilibrado, com as faces numeradas de 1 a 6, é lançado 2 vezes. Seja X a variável aleatória que designa o «nº de vezes que, nesses dois lançamentos, sai face par». A distribuição de probabilidades da variável X é

x_i	0	1	2
$P(X=x_i)$	1/4	a	b

Qual das afirmações seguintes é verdadeira?
(A) $a = ¼$ e $b = ½$ (B) $a = ¼$ e $b = ¼$
(C) $a = ½$ e $b = ¼$ (B) $a = ½$ e $b = ½$

(Época especial)

$\boxed{E2.}$ Escolhe-se, ao acaso, um aluno de uma turma de uma escola secundária. Considere os acontecimentos:
A: «O aluno é uma rapariga»
B: «O aluno não usa óculos»
Qual é o acontecimento contrário de $A \cup B$?
(A) O aluno é um rapaz e usa óculos
(B) O aluno é um rapaz e não usa óculos
(C) O aluno é um rapaz ou usa óculos
(D) O aluno é um rapaz ou não usa óculos

(Época especial)

E3. Seis amigos, a Ana, o Bruno, a Catarina, o Diogo, a Elsa e o Filipe, vão jantar a um restaurante. Sentam-se, ao acaso, numa mesa redonda, com 6 lugares (pode considerar que os lugares estão numerados, de 1 a 6).

a) Sejam os acontecimentos:

A: «O Diogo, a Elsa e o Filipe sentam-se em lugares consecutivos, ficando a Elsa no meio.»

B: «A Catarina e o Filipe sentam-se ao lado um do outro.»

a_1) Determine a probabilidade do acontecimento A. Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

a_2) Sem utilizar a fórmula da probabilidade condicionada, indique o valor de P(B|A). Numa pequena composição, justifique a sua resposta, começando por explicar o significado de P(B|A), no contexto da situação descrita.

b) Depois de sentados, os 6 amigos resolvem escolher a refeição. Sabe-se que:

- na ementa, existem 3 pratos de peixe e 4 de carne;
- cada um dos 6 amigos vai escolher um único prato, de peixe ou de carne;
- só o Filipe está indeciso se vai escolher peixe ou carne;
- os restantes 5 vão escolher peixe.

De quantas maneiras diferentes podem os 6 amigos escolher os seus pratos?

(Época especial)

(*Testes intermédios e exames 2005/2006*)

101. Três raparigas e os respectivos namorados posam para uma fotografia.
De quantas maneiras se podem dispor, lado a lado, de modo que cada par de
namorados fique junto na fotografia?
(A) 12 (B) 24 (C) 36 (D) 48

(Intermédio 1)

102. Um baralho de cartas completo é constituído por 52 cartas, repartidas em 4 naipes (Espadas, Copas, Ouros e Paus). Em cada naipe há um Ás, três figuras (Rei, Dama e Valete) e mais nove cartas (do Dois ao Dez).
A Joana pretende fazer uma sequência com seis cartas do naipe de Espadas. Ela quer iniciar a sequência com o Ás, quer que as três cartas seguintes sejam figuras e quer concluir a sequência com duas das nove restantes cartas desse naipe.
Quantas sequências diferentes pode a Joana fazer?
(A) 416 (B) 432 (C) 528 (D) 562

(Intermédio 1)

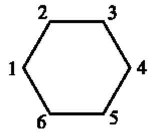
103. De uma certa linha do Triângulo de Pascal, sabe-se que a soma dos dois primeiros é 21. Qual é o maior termo dessa linha?
(A) 169247 (B) 175324 (C) 184756 (D) 193628

(Intermédio 1)

104. Considere a função f, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $f(x)=x^2-9$. No gráfico desta função, considere os pontos cujas abcissas são -4, -2, 0, 2 e 4. Escolhem-se, ao acaso, dois desses cinco pontos e desenha-se o segmento de recta que tem por extremidades esses dois pontos. Qual é a probabilidade de esse segmento intersectar o eixo das abcissas?
(A) 0,4 (B) 0,5 (C) 0,6 (D) 0,7

(Intermédio 1)

105. Na figura está representado um hexágono regular com os vértices numerados de 1 a 6.



Lança-se três vezes um dado equilibrado, com as faces numeradas de 1 a 6. Em cada lançamento, selecciona-se o vértice do hexágono que corresponde ao número saído nesse lançamento. Note que, no final da experiência, podemos ter um, dois ou três pontos seleccionados (por exemplo: se sair o mesmo número três vezes, só é seleccionado um ponto).
Qual é a probabilidade de se seleccionarem três pontos que sejam os vértices de um triângulo equilátero?
(A) 1/18 (B) 1/16 (C) 1/14 (D) 1/12

(Intermédio 1)

106. O João vai lançar seis mil vezes um dado equilibrado, com as faces numeradas de 1 a 6, e vai adicionar os números saídos. De qual dos seguintes valores é de esperar que a soma obtida pelo João esteja mais próxima?
(A) 20000 (B) 21000 (C) 22000 (D) 23000

(Intermédio 1)

107. Admita que a variável peso, em quilogramas, das raparigas de 15 anos, de uma certa escola, é bem modelada por uma distribuição normal, de valor médio 40. Sabe-se ainda que, nessa escola, 20% das raparigas de 15 anos pesam mais de 45 Kg. Escolhida, ao acaso, uma rapariga de 15 anos dessa escola, qual é a probabilidade de o seu peso estar compreendido entre 35 Kg e 40 Kg ?
(A) 0,2 (B) 0,25 (C) 0,3 (D) 0,35

(Intermédio 1)

108. Seja C o conjunto de todos os números naturais com três algarismos (ou seja, de todos os nºs naturais de 100 a 999)

a) Quantos elementos do conjunto C são múltiplos de 5?

b) Quantos elementos do conjunto C têm os algarismos todos diferentes?

(Intermédio 1)

109.

a) Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos ($A\subset\Omega$ e $B\subset\Omega$), com $P(A)>0$. Sejam $\overline{A}$ e $\overline{B}$ os acontecimentos contrários de A e de B, respectivamente. Seja P(B|A) a probabilidade de B, se A. Mostre que:

$$\frac{P(\overline{B})-P(\overline{A}\cap\overline{B})}{P(A)} = 1 - P(B \mid A)$$

b) Próximo de uma praia portuguesa, realiza-se um acampamento internacional de juventude, no qual participam jovens de ambos os sexos. Sabe-se que: a quarta parte dos jovens são portugueses, sendo os restantes estrangeiros; 52% dos jovens participantes no acampamento são do sexo feminino; considerando apenas os participantes portugueses, 3 em cada 5 são rapazes.
No último dia, a organização vai sortear um prémio, entre todos os jovens participantes no acampamento. Qual é a probabilidade de o prémio sair a uma rapariga estrangeira? Apresente o resultado na forma de percentagem.
Nota: se o desejar, pode utilizar a igualdade da alínea anterior (nesse caso, comece por identificar claramente, no contexto do problema, os acontecimentos A e B); no entanto, pode optar por resolver o problema por outro processo (como, por exemplo, através de uma tabela de dupla entrada ou de um diagrama em árvore).

(Intermédio 1)

110. Uma caixa, que designamos por caixa 1, contém duas bolas pretas e três bolas verdes. Uma segunda caixa, que designamos por caixa 2, contém duas bolas pretas e uma bola verde.

a) Considere a seguinte experiência: retirar, ao acaso, uma bola de cada caixa. Seja X a variável aleatória «número de bolas verdes que existem no conjunto das duas bolas retiradas».
Construa a tabela de distribuição de probabilidades da variável aleatória X, apresentando as probabilidades na forma de fracção irredutível.

b) Considere agora que, tendo as duas caixas a sua constituição inicial, se realiza a seguinte experiência: ao acaso, retiram-se simultaneamente três bolas da caixa 1 e colocam-se na caixa 2; em seguida, novamente ao acaso, retiram-se simultaneamente duas bolas da caixa 2. Sejam os acontecimentos: A: «as três bolas retiradas da caixa 1 são da mesma cor»; B: «as duas bolas retiradas da caixa 2 são de cores diferentes». Sem utilizar a fórmula da probabilidade condicionada, determine o valor de P(B|A), apresentando o seu valor na forma de fracção irredutível. Numa pequena composição, explique o raciocínio que efectuou. O valor pedido deverá resultar da interpretação do significado de P(B|A), no contexto do problema, significado esse que deverá começar por explicar.

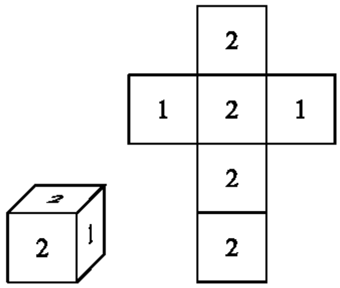
c) Considere agora que, na caixa 2, tomando como ponto de partida a sua constituição inicial, se colocam mais n bolas, todas amarelas. Esta caixa fica, assim, com duas bolas pretas, uma bola verde e n bolas amarelas. Considere a seguinte experiência: ao acaso, retiram-se simultaneamente duas bolas dessa caixa. Sabendo que a probabilidade de uma delas ser amarela e a outra ser verde é 5/39, determine o valor de n.

(Intermédio 1)

111. Todos os alunos de uma turma de uma escola secundária praticam pelo menos um dos dois desportos seguintes: andebol e basquetebol. Sabe-se que: metade dos alunos da turma pratica andebol; 70% dos alunos da turma pratica basquetebol. Escolhe-se ao acaso um aluno dessa turma e constata-se que ele é praticante de andebol. Qual é a probabilidade de ele praticar basquetebol?
(A) 0,1 (B) 0,2 (C) 0,3 (D) 0,4

(Intermédio 2)

112. Na figura está representado um dado equilibrado, bem como a respectiva planificação.



Lança-se este dado duas vezes. Seja X a variável aleatória: *soma dos números saídos nos dois lançamentos*. Indique o valor de k tal que $P(X=k)=1/9$
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

(Intermédio 2)

113. Considere, num referencial o.n. , um octaedro regular em que cada um dos seus vértices pertence a um dos eixos coordenados (dois vértices em cada eixo). Escolhendo, ao acaso, três vértices desse octaedro, qual é a probabilidade de eles definirem um plano perpendicular ao eixo Oy?
(A) 1/3 (B) 2/3 (C) 1/5 (D) 2/5

(Intermédio 2)

115. Uma variável aleatória X tem a seguinte distribuição de probabilidades:

x_i	0	1
$P(X=x_i)$	$\frac{^{2005}C_{99}}{^{2006}C_{100}}$	$\frac{a}{^{2006}C_{100}}$

Indique o valor de a.
(A) $^{2005}C_{99}$ (B) $^{2005}C_{100}$ (C) $^{2006}C_{99}$ (D) $^{2006}C_{100}$

(1ª fase)

116. a) Uma coluna com a forma de um prisma hexagonal regular está assente no chão de um jardim. Dispomos de seis cores (amarelo, branco, castanho, dourado, encarnado e verde) para pintar as sete faces visíveis (as seis faces laterais e a base superior) desse prisma. Admita que se pintam de verde duas faces laterais opostas. Determine de quantas maneiras diferentes podem ficar pintadas as restantes cinco faces, de tal modo
• que duas faces que tenham uma aresta comum fiquem pintadas com cores diferentes
• e que duas faces laterais que sejam opostas fiquem pintadas com a mesma cor.

b) Considere um prisma hexagonal regular num referencial o.n. *Oxyz*, de tal forma que uma das suas bases está contida no plano de equação $z = 2$. Escolhendo ao acaso dois vértices do prisma, qual é a probabilidade de eles definirem uma recta paralela ao eixo *Oz*? Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

(1ª fase)

117. De uma caixa com dez bolas brancas e algumas bolas pretas, extraem-se sucessivamente, e ao acaso, duas bolas, não repondo a primeira bola extraída, antes de retirar a segunda. Considere os acontecimentos:

A: «a primeira bola extraída é preta»;
B: «a segunda bola extraída é branca».
Sabe-se que P(B|A)=1/2. Quantas bolas pretas estão inicialmente na caixa? Numa pequena composição, justifique a
sua resposta, começando por explicar o significado de P(B|A), no contexto da situação descrita.

(1ª fase)

118. A tabela de distribuição de probabilidades de uma variável aleatória X é

x_i	0	1	2
$P(X=x_i)$	a	a	0,4

(a designa um número real). Qual é o valor médio desta variável aleatória?
(A) 1,1 (B) 1,2 (C) 1,3 (D) 1,4

(2ª fase)

120. Numa sala de Tempos Livres, a distribuição dos alunos por idades e sexo é a seguinte:

	5 anos	6 anos	7 anos
Rapaz	1	5	2
Rapariga	3	5	7

a) Escolhem-se dois alunos ao acaso. Qual é a probabilidade de a soma das suas idades ser igual a 12? Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.
b) Escolhe-se um aluno ao acaso. Sejam A e B os acontecimentos: A: « o aluno tem 7 anos»; B: «o aluno é rapaz». Indique, justificando, o valor da probabilidade condicionada P(B|A). Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.
Nota: no caso de utilizar a fórmula da probabilidade condicionada, explicite os valores das duas probabilidades envolvidas nessa fórmula.

(2ª fase)

121. Uma turma de 12.º ano é constituída por raparigas, umas de 16 anos e as restantes de 17 anos, e por rapazes, uns de 17 anos e os restantes de 18 anos. Os alunos dessa turma estão numerados consecutivamente, a partir do número 1. Escolhe-se, ao acaso, um aluno dessa turma e regista-se o número, a idade e o sexo desse aluno. Em cada uma das opções seguintes estão indicados dois acontecimentos, X e Y, associados a esta experiência aleatória.
Opção 1: X: «O aluno escolhido tem idade superior ou igual a 17 anos»
Y: «O aluno escolhido tem 16 ou 17 anos»
Opção 2: X: «O número do aluno escolhido é par»
Y: «O número do aluno escolhido é múltiplo de 4»
Opção 3: X: «O aluno escolhido tem 18 anos»
Y: «O aluno escolhido é rapariga»
Opção 4: X: «O aluno escolhido é rapaz»
Y: «O aluno escolhido tem 17 anos»
Em apenas uma das opções acima apresentadas os acontecimentos X e Y são tais que são verdadeiras as três afirmações seguintes:
$P(X \cup Y) > P(X)$, $P(X \cup Y) < 1$ e $P(X \cap Y) > 0$
Qual é essa opção? Numa pequena composição, explique por que é que rejeita as outras três opções (para cada uma delas, indique, justificando, qual é a afirmação falsa).

(2ª fase)

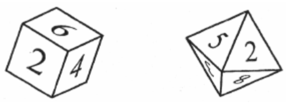
E4. Quantos nºs naturais, escritos com algarismos todos diferentes, existem entre os nºs 1000 e 3000?
(A) 992 (B) 998 (C) 1002 (D) 1008

(Época especial)

E5. Um dos termos do desenvolvimento de $(x+2)^5$ é um monómio da forma kx^3, sendo k um nº natural. Qual é o valor de k?
(A) 20 (B) 30 (C) 40 (D) 50

(Época especial)

E6. A Sofia tem 2 dados equilibrados. Um dos dados é um cubo com as faces numeradas de 1 a 6. O outro dado é um octaedro com as faces numeradas de 1 a 8.

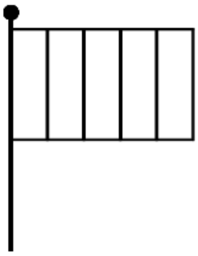


A Sofia lança os 2 dados e observa os nºs saídos (nas faces que ficam voltadas para cima).
a) No âmbito desta experiência, dê um exemplo de 2 acontecimentos, A e B, nem impossíveis nem certos, e tais que A≠B e P(A∩B)=P(A).
b) Seja X a variável aleatória: *soma dos nºs saídos*. Determine P(X=5). Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.
c) Considere os acontecimentos:
C: o produto dos nºs saídos é 16.
D: os nºs saídos são iguais.
Sem utilizar a fórmula da probabilidade condicionada, indique o valor de P(C|D) e de P(D|C). Numa pequena composição, justifique a sua resposta, começando por explicar o significado das probabilidades pedidas, no contexto da situação descrita.

(Época especial)

(*Testes intermédios e exames 2006/2007*)

122. Pretende-se fazer uma bandeira com cinco tiras verticais, respeitando as seguintes condições: • duas tiras vizinhas não podem ser pintadas com a mesma cor; • cada uma das três tiras centrais pode ser pintada de vermelho ou de amarelo; • cada uma das duas tiras das extremidades pode ser pintada de branco, de azul ou de verde. De acordo com estas condições, quantas bandeiras diferentes se podem fazer?



(A) 12 (B) 18 (C) 24 (D) 32

(Intermédio 1)

124. No Triângulo de Pascal, considere a linha que contém os elementos da forma ${}^{2006}C_k$. Quantos elementos desta linha são menores do que ${}^{2006}C_4$?

(A) 8 (B) 6 (C) 5 (D) 3

(Intermédio 1)

125. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos ($A\subset\Omega$ e $B\subset\Omega$) tais que $0<P(A)<1$ e $0<P(B)<1$. Sabe-se que $A\subset B$. Qual é o valor de $P[(A\cup B)\cap \overline{B}]$?

(A) 0 (B) P(A) (C) P(B) (D) 1

(Intermédio 1)

127. Uma variável aleatória X tem a seguinte distribuição de probabilidades:

x_i	0	a	$2a$
$P(X=x_i)$	0,2	0,4	b

(*a* e *b* designam números reais positivos). Sabe-se que o valor médio da variável aleatória X é 2,4. Qual é o valor de *a* ?

(A) 3 (B) 2,5 (C) 2 (D) 1,5

(Intermédio 1)

128. Admita que a variável *altura*, em centímetros, dos rapazes de 13 anos de um certo país, é bem modelada por uma distribuição normal, de valor médio 140. Escolhido, ao acaso, um rapaz de 13 anos desse país, sabe-se que a probabilidade de a sua altura pertencer a um determinado intervalo $[a,b]$ é igual a 60%. Quais dos seguintes podem ser os valores de *a* e de *b* ?

(A) $a=140$ e $b=170$ **(B)** $a=120$ e $b=140$

(C) $a=130$ e $b=150$ **(D)** $a=150$ e $b=180$

(Intermédio 1)

130. Um saco contém dez bolas. Quatro bolas estão numeradas com o número 1, cinco com o número 2 e uma com o número 3.

a) Extrai-se, ao acaso, uma bola do saco. Seja X o número da bola extraída. Construa a tabela de distribuição de probabilidades da variável aleatória X, apresentando as probabilidades na forma de dízima.

b) Do saco novamente completo, tiram-se simultaneamente, ao acaso, duas bolas. Determine a probabilidade de essas duas bolas terem o mesmo número. Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

c) Considere, uma vez mais, o saco com a sua constituição inicial. Tira-se, ao acaso, uma bola do saco, observa-se o número e repõe-se a bola no saco juntamente com mais dez bolas com o mesmo número. Seguidamente, tira-se, ao acaso, uma segunda bola do saco. Sejam A e B os acontecimentos :
A: «sair bola com o número 1 na primeira extracção»
B: «sair bola com o número 1 na segunda extracção»
Sem aplicar a fórmula da probabilidade condicionada, indique, na forma de fracção, o valor de P(B|A). Numa pequena composição, explique o seu raciocínio, começando por referir o significado de P(B|A), no contexto da situação descrita.

(Intermédio 1)

132. Um saco contém vinte bolas, numeradas de 1 a 20. Ao acaso, extraem-se simultaneamente três bolas do saco e anotam-se os respectivos números. Qual é a probabilidade de o maior desses três números ser 10?

(A) $\frac{24}{{}^{20}C_3}$ **(B)** $\frac{28}{{}^{20}C_3}$ **(C)** $\frac{32}{{}^{20}C_3}$ **(D)** $\frac{36}{{}^{20}C_3}$

(Intermédio 2)

133. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória e sejam A e B dois acontecimentos ($A\subset\Omega$ e $B\subset\Omega$), ambos com probabilidade não nula. Sabe-se que $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$. Qual é o valor da probabilidade condicionada P(A|B)?

(A) 0 (B) 1 (C) P(A) (D) $\frac{P(A)}{P(B)}$

(Intermédio 2)

135. Escolhem-se, ao acaso, dois vértices diferentes de um paralelepípedo rectângulo. Qual é a probabilidade de que esses dois vértices sejam extremos de uma aresta?

(A) $\frac{12}{{}^{8}C_2}$ **(B)** $\frac{12}{8^2}$ **(C)** $\frac{8}{{}^{8}C_2}$ **(D)** $\frac{8}{{}^{8}A_2}$

(1ª fase)

134. O Jorge tem seis moedas no bolso. Ele retira, simultaneamente e ao acaso, duas dessas seis moedas. Seja X a quantia, em cêntimos, correspondente às duas moedas retiradas. Sabe-se que a tabela de distribuição de probabilidades da variável aleatória X é

x_i	20	30	40	60	70
$P(X=x_i)$	$\frac{3}{{}^{6}C_2}$	$\frac{6}{{}^{6}C_2}$	$\frac{1}{{}^{6}C_2}$	$\frac{3}{{}^{6}C_2}$	$\frac{2}{{}^{6}C_2}$

Quais poderiam ser as seis moedas que o Jorge tinha inicialmente no bolso?

(A)


(B)


(C)


(D)


(Intermédio 2)

136. As cinco letras da palavra TIMOR foram pintadas, cada uma em sua bola. As cinco bolas, indistinguíveis ao tacto, foram introduzidas num saco. Extraem-se, aleatoriamente, as bolas do saco, sem reposição, e colocam-se em fila, da esquerda para a direita. Qual é a probabilidade de que, no final do processo, fique formada a palavra TIMOR, sabendo-se que, ao fim da terceira extracção, estava formada a sucessão de letras TIM?

(A) 0 **(B)** $\frac{1}{3}$ **(C)** $\frac{1}{2}$ **(D)** 1

(1ª fase)

137. Considere todos os números de três algarismos que se podem formar com os algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9.

a) Escolhe-se, ao acaso, um desses números. Sejam os acontecimentos:

A: «O número escolhido é múltiplo de 5»;

B: «O número escolhido tem os algarismos todos diferentes».

Averigúe se A e B são, ou não, acontecimentos independentes.

b) Considere o seguinte problema: *De entre todos os números de três algarismos diferentes que se podem formar com os algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9, em quantos deles o produto dos seus algarismos é um número par?*

Uma resposta correcta a este problema é: ${}^9A_3 - {}^5A_3$. Numa pequena composição explique porquê.

(1ª fase)

138. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A, B e C três acontecimentos ($A \subset \Omega$, $B \subset \Omega$ e $C \subset \Omega$) tais que $(A \cup B) \cap C = \emptyset$. Sabe-se que $P(A)=0{,}21$ e que $P(C)=0{,}47$. Calcule $P(A \cup C)$, utilizando as propriedades das operações com conjuntos e a axiomática das probabilidades.

(1ª fase)

139. Dois cientistas, que vão participar num congresso no estrangeiro, mandam reservar hotel na mesma cidade, cada um sem conhecimento da marcação feita pelo outro. Sabendo que nessa cidade existem sete hotéis, todos com igual probabilidade de serem escolhidos, qual é a probabilidade de os dois cientistas ficarem no mesmo hotel?

(A) $\frac{1}{7}$ (B) $\frac{2}{7}$ (C) $\frac{5}{7}$ (D) $\frac{6}{7}$

(2ª fase)

140. Lançaram-se dois dados, ambos com as faces numeradas de um a seis. Sabe-se que a soma dos números saídos foi quatro. Qual é a probabilidade de ter saído o mesmo número, em ambos os dados?

(A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{2}$

(2ª fase)

141. De um baralho de cartas, seleccionaram-se 16 cartas (4 ases, 4 reis, 4 damas e 4 valetes). Dividiram-se as 16 cartas em dois grupos: um com os ases e os reis e outro com as damas e os valetes. Retiraram-se, ao acaso, duas cartas de cada grupo (sem reposição). Qual é a probabilidade de obter um conjunto formado por um ás, um rei, uma dama e um valete, não necessariamente do mesmo naipe? Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

(2ª fase)

142. Considere um espaço de resultados finito, Ω, associado a uma certa experiência aleatória. A propósito de dois acontecimentos X e Y ($X \subset \Omega$ e $Y \subset \Omega$), sabe-se que $P(X)=a$, $P(Y)=b$ e X e Y são independentes.

a) Mostre que a probabilidade de que não ocorra X nem ocorra Y é igual a $1-a-b+a \times b$

b) Num frigorífico, há um certo número de iogurtes e um certo número de sumos. Tiram-se do frigorífico, ao acaso, um iogurte e um sumo. Sabe-se que a probabilidade de o iogurte ser de pêssego é $\frac{1}{5}$ e a probabilidade de o sumo ser de laranja é $\frac{1}{3}$ .Admita que os acontecimentos «tirar um iogurte de pêssego» e «tirar um sumo de laranja» são independentes. Utilizando a expressão mencionada em a), determine a probabilidade de, ao tirar, ao acaso, um iogurte e um sumo do frigorífico, o iogurte não ser de pêssego e o sumo não ser de laranja. Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

(2ª fase)

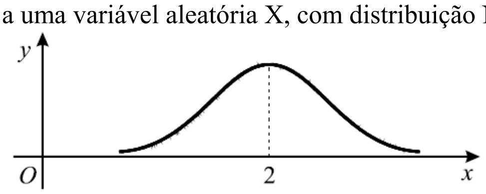
(*Testes intermédios e exames 2007/2008*)

145. A soma dos dois últimos elementos de uma certa linha do Triângulo de Pascal é 31. Qual é o quinto elemento da linha anterior?

(A) 23751 (B) 28416 (C) 31465 (D) 36534

(Intermédio 1)

146. A Curva de Gauss representada na figura está associada a uma variável aleatória X, com distribuição Normal.

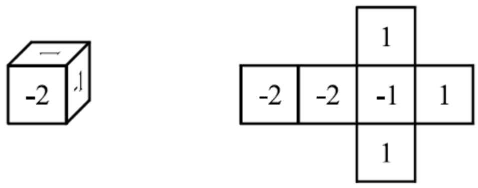


Tal como a figura sugere, a curva é simétrica relativamente à recta de equação $x = 2$. Para um certo valor de a, tem-se que $P(X>a)=15\%$. Qual dos seguintes pode ser o valor de a?

(A) 1 (B) 1,5 (C) 2 (D) 2,5

(Intermédio 1)

147. Na figura está representado um dado equilibrado e a respectiva planificação.



Lança-se este dado uma única vez. Seja X o número escrito na face que fica voltada para cima. Construa a tabela de distribuição de probabilidades da variável aleatória X e, seguidamente, determine, sem recorrer à calculadora, o valor médio desta variável. Apresente o valor médio na forma de fracção irredutível.

(Intermédio 1)

148. Doze amigos vão passear, deslocando-se num automóvel e numa carrinha, ambos alugados. O automóvel dispõe de cinco lugares: o do condutor e mais quatro. A carrinha dispõe de sete lugares: o do condutor e mais seis. Apenas dois elementos do grupo, a Filipa e o Gonçalo, têm carta de condução, podendo qualquer um deles conduzir, quer o automóvel, quer a carrinha.

a) Os doze amigos têm de se separar em dois grupos, de modo a que um grupo viaje no automóvel e o outro na carrinha. De quantas maneiras diferentes podem ficar constituídos os dois grupos de amigos?

b) Admita agora que os doze amigos já se encontram devidamente instalados nos dois veículos. O Gonçalo vai a conduzir a carrinha. Numa operação STOP, a Brigada de Trânsito mandou parar cinco viaturas, entre as quais a carrinha conduzida pelo Gonçalo. Se a Brigada de Trânsito escolher, ao acaso, dois dos cinco condutores para fazer o teste de alcoolémia, qual é a probabilidade de o Gonçalo ter de fazer o teste? Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

(Intermédio 1)

149. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos ($A\subset\Omega$ e $B\subset\Omega$), ambos com probabilidade não nula. Utilizando a fórmula da probabilidade condicionada e as propriedades das operações com conjuntos, prove que

$$P(\overline{(\overline{A} \cap B)} \mid B) = P(A \mid B)$$

(Intermédio 1)

150. Lança-se cinco vezes um dado equilibrado, com as faces numeradas de 1 a 6. Seja *p* a probabilidade de, nos cinco lançamentos, sair face 6 exactamente duas vezes. Qual é o valor de *p* arredondado às centésimas?

(A) 0,12 (B) 0,16 (C) 0,23 (D) 0,27

(Intermédio 2)

151. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. De dois acontecimentos A e B ($A\subset\Omega$ e $B\subset\Omega$), de probabilidade não nula, sabe-se que:

• $P(A) = P(B)$
• $P(A\cup B) = 5P(A\cap B)$

Determine a probabilidade de acontecer A, sabendo que B aconteceu. Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

(Intermédio 2)

152. Considere o seguinte problema: *Lança-se três vezes um dado equilibrado, com as faces numeradas de 1 a 6, e multiplicam-se os números saídos. Qual é a probabilidade de o produto obtido ser igual a 6?*

Uma resposta correcta a este problema é $\frac{3!+3}{6^3}$

Numa pequena composição, explique porquê. A sua composição deve incluir:

• uma referência à Regra de Laplace;
• uma explicação do número de casos possíveis;
• uma explicação do número de casos favoráveis.

(Intermédio 2)

153. O João e a Maria convidaram três amigos para irem, com eles, ao cinema. Compraram cinco bilhetes com numeração seguida, numa determinada fila, e distribuíram-nos ao acaso. Qual é a probabilidade de o João e a Maria ficarem sentados um ao lado do outro?

(A) 1/5 (B) 2/5 (C) 3/5 (D) 4/5

(1ª fase)

161. a) Seja Ω o espaço de resultados associado a uma experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos possíveis ($A\subset\Omega$ e $B\subset\Omega$)). Prove que:

$$P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A}) - P(B) + P(A \cup B)$$

b) Numa determinada cidade, das 160 raparigas que fizeram o exame nacional de Matemática, 65% tiveram classificação positiva, e, dos 120 rapazes que fizeram o mesmo exame, 60% também tiveram classificação positiva. Escolhendo, ao acaso, um dos estudantes que realizaram o exame, qual é a probabilidade de o estudante escolhido não ser rapaz ou não ter tido classificação positiva? Apresente o resultado em forma de dízima, com aproximação às centésimas.

Nota: Se o desejar, utilize a igualdade referida em a). Neste caso, deverá começar por caracterizar claramente os acontecimentos A e B, no contexto da situação apresentada; no entanto, pode optar por resolver o problema por outro processo.

(2ª fase)

162. Numa caixa temos três fichas com o número 1 e quatro fichas com o número 2, indistinguíveis ao tacto. Retiram-se, ao acaso e de uma só vez, duas fichas. Seja X a variável aleatória: «*a soma dos números inscritos nas duas fichas*». Construa a tabela de distribuição de probabilidades da variável X. Indique, justificando, o valor mais provável da variável X. Apresente as probabilidades na forma de fracção irredutível.

(2ª fase)

E9 Em cada semana, a chave do Totoloto é formada por seis números inteiros distintos, escolhidos aleatoriamente entre 1 e 49. Qual é a probabilidade de, na próxima semana, a chave do totoloto incluir os números 1, 2 e 3?

(A) $\frac{{}^{46}C_3}{{}^{46}C_6}$ (B) $\frac{{}^{46}C_3}{{}^{49}C_6}$ (C) $\frac{{}^{46}C_6}{{}^{49}C_6}$ (D) $\frac{{}^{49}C_3}{{}^{49}C_6}$

(Especial)

E11 Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória e sejam A e B dois acontecimentos possíveis ($A\subset\Omega$ e $B\subset\Omega$). Mostre que:

$$1 - P(\overline{A\cup B}) + P(A \mid B) \times P(B) = P(A) + P(B)$$

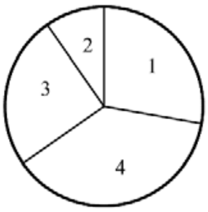
(Especial)

(*Testes intermédios e exames 2008/2009*)

163. A soma dos dois primeiros elementos de uma certa linha do Triângulo de Pascal é 13. Quantos elementos dessa linha são menores do que 70?
(A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8

(Intermédio 1)

164. Na figura está representado um círculo dividido em quatro sectores circulares diferentes, numerados de 1 a 4. Estão disponíveis <u>cinco</u> cores para pintar este círculo. Pretende-se que sejam respeitadas as seguintes condições:



• todos os sectores devem ser pintados;
• cada sector é pintado com uma única cor;
• sectores com um raio em comum não podem ficar pintados com a mesma cor;
• o círculo deve ficar pintado com <u>duas</u> ou com <u>quatro</u> cores.

De quantas maneiras diferentes pode o círculo ficar pintado?
(A) 140 (B) 230 (C) 310 (D) 390

(Intermédio 1)

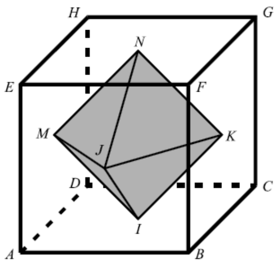
165. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos. Sabe--se que P(A)=0,5 e que P(B)=0,7. Podemos então garantir que ...
(A) A e B são acontecimentos contrários
(B) A e B são acontecimentos compatíveis
(C) A está contido em B
(D) o acontecimento A ∪ B é certo

(Intermédio 1)

167. O diâmetro, em milímetros, dos parafusos produzidos por uma certa máquina é uma variável aleatória X com distribuição normal, de valor médio 9. Qualquer parafuso produzido por essa máquina passa por um controle de qualidade. Ao passar por esse controle, o parafuso é aprovado se o seu diâmetro estiver compreendido entre 8,7 e 9,3 milímetros. Caso contrário, é rejeitado. Sabe-se que 99,73% dos parafusos são aprovados. Qual é o desvio padrão da variável aleatória X?
(A) 0,1 (B) 0,3 (C) 0,6 (D) 0,9

(Intermédio 1)

168. Na figura estão representados dois poliedros, o cubo [ABCDEFGH] e o octaedro [IJKLMN] (o vértice L do octaedro não está visível). Cada vértice do octaedro pertence a uma face do cubo.



a) Considere todos os conjuntos que são constituídos por cinco dos catorze vértices dos dois poliedros (como, por exemplo, {A,B,C,K,L}).

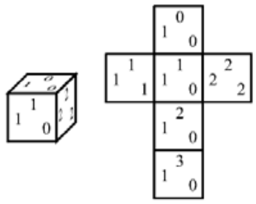
a_1) Quantos desses conjuntos são constituídos por três vértices do cubo e dois vértices do octaedro?

a_2) Quantos desses conjuntos são constituídos por cinco vértices do mesmo poliedro?

b) Escolhem-se ao acaso cinco dos catorze vértices dos dois poliedros. Qual é a probabilidade de os cinco vértices escolhidos pertencerem todos à mesma face do cubo? Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

(Intermédio 1)

169. Na figura está representado um dado equilibrado, bem como a respectiva planificação. Conforme se pode observar na figura, existem três números em cada face. Lança-se este dado <u>uma só vez</u> e observam-se os números da face que fica voltada para cima. Diz-se então que saíram esses três números.



a) Seja X a variável aleatória «<u>*produto*</u> *dos três números saídos*». Construa a tabela de distribuição de probabilidades da variável aleatória X. Apresente as probabilidades na forma de fracção.

b) Seja R o acontecimento «*os números saídos são todos iguais*». Seja S o acontecimento «*a* <u>*soma*</u> *dos números saídos é igual a 3*». Os acontecimentos V e W são independentes? Justifique.

(Intermédio 1)

170.a) Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos de probabilidade não nula. Considere que $\overline{B}$ designa o acontecimento contrário de B e que P(A|B) e P(B|A) designam probabilidades condicionadas. Mostre que

$$P(A \mid B) - P(\overline{B}) \times P(A \mid B) = P(A) \times P(B \mid A)$$

b) Relativamente a uma turma do 12.º ano, sabe-se que:
• 60% dos alunos da turma praticam desporto;
• 40% dos alunos da turma são raparigas;
• metade dos praticantes de desporto são raparigas.

Escolhendo ao acaso um aluno da turma, qual é a probabilidade de ser praticante de desporto, sabendo que é uma rapariga? Apresente o resultado na forma de percentagem.

<u>Nota</u>: Se desejar, pode utilizar a fórmula da alínea anterior na resolução deste problema. Nesse caso, comece por explicitar o significado dos acontecimentos A e B, no contexto do problema. Também pode resolver o problema através de um diagrama, de uma tabela, ou utilizando qualquer outro processo.

(Intermédio 1)

171. Um saco contém bolas brancas e bolas pretas, pelo menos uma de cada cor, num total de cinco. Tiram-se, simultaneamente e ao acaso, três bolas do saco. Seja X a variável aleatória «número de bolas brancas retiradas». Sabendo que a variável X toma exclusivamente os valores 2 e 3, indique o número de bolas brancas e o número de bolas pretas que estão inicialmente no saco. Numa pequena composição, explique o seu raciocínio.

(Intermédio 1)

173. A tabela de distribuição de probabilidades de uma variável aleatória X é

x_i	0	1	2
$P(X = x_i)$	$\frac{3}{n}$	$\frac{4}{n}$	$\frac{5}{n}$

Qual é o valor de *n*?
(A) 4 (B) 5 (C) 12 (D) 15

(Intermédio 2)

174. Um saco contém onze bolas, numeradas de 1 a 11.
a) Ao acaso, tiram-se, sucessivamente e sem reposição, duas bolas do saco. Sejam A e B os acontecimentos:
A: «o número da primeira bola retirada é par»
B: «o número da segunda bola retirada é par»
Indique o valor de $P(B \mid \overline{A})$, na forma de fracção irredutível, sem utilizar a fórmula da probabilidade condicionada. Justifique a sua resposta, começando por explicar o significado de $P(B \mid \overline{A})$ no contexto da situação descrita.
b) Considere novamente o saco com a sua constituição inicial. Ao acaso, extraem-se simultaneamente três bolas do saco e anotam-se os respectivos números. Qual é a probabilidade de o produto desses números ser ímpar? Apresente o resultado na forma de dízima, arredondado às centésimas.

(Intermédio 2)

176. Efectua-se um único lançamento de um dado tetraédrico, com as faces numeradas de 1 a 4. Considere que o «número que sai» é o número que está na face que fica voltada para baixo. O dado não é equilibrado, pelo que os quatro números não têm a mesma probabilidade de sair. Sejam A e B os acontecimentos seguintes:
A: «sair número par»;
B: «sair número menor do que 3».
Sabe-se que:• P(A∩B)=0,1
• P(A)= $P(\overline{A})$
• P(A∪B)=0,7
Seja X a variável aleatória «número saído no lançamento efectuado». Construa a tabela de distribuição de probabilidades da variável aleatória X.
Nota: apresente todas as justificações e todos os cálculos que efectuar na determinação dos valores das probabilidades.

(Intermédio 2)

178. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos (A ⊂ Ω e B ⊂ Ω). Sabe-se que:
• P(A) = 0,3
• P(B) = 0,4
• P(A ∪ B) = 0,5
Qual é a probabilidade de se realizar A, sabendo que B se realiza?
(A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{2}$

(1ª fase)

179. Considere uma variável aleatória X, cuja distribuição de probabilidades é dada pela tabela seguinte.

x_i	4	5	6
$P(X = x_i)$	$\frac{k}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{k}{4}$

Qual é o valor de k ?
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

(1ª fase)

181. Uma caixa contém bolas, indistinguíveis ao tacto, numeradas de 1 a 20. As bolas numeradas de 1 a 10 têm cor verde, e as bolas numeradas de 11 a 20 têm cor amarela. Considere a experiência aleatória que consiste em retirar, sucessivamente, duas bolas da caixa, não repondo a primeira bola retirada, e em registar a cor das bolas retiradas.
a) Determine a probabilidade de as duas bolas retiradas da caixa terem cores diferentes. Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.
b) Na mesma experiência aleatória, considere os acontecimentos:A: «A 1.ª bola retirada é verde.»
B: «A 2.ª bola retirada é amarela.»
C: «O número da 2.ª bola retirada é par.»
Qual é o valor da probabilidade condicionada $P((B \cap C) \mid A)$?
A resposta correcta a esta questão é $P((B \cap C) \mid A) = \frac{5}{19}$.
Numa pequena composição, sem utilizar a fórmula da probabilidade condicionada, explique o valor dado, começando por interpretar o significado de , no contexto da situação descrita e fazendo referência:
• à Regra de Laplace;
• ao número de casos possíveis;
• ao número de casos favoráveis.

(1ª fase)

183. Admita que um estudante tem de realizar dois testes no mesmo dia. A probabilidade de ter classificação positiva no primeiro teste é 0,7, a de ter classificação positiva no segundo teste é 0,8 e a de ter classificação negativa em ambos os testes é 0,1. Qual é a probabilidade de o estudante ter negativa no segundo teste, sabendo que teve negativa no primeiro teste?
(A) $\frac{1}{8}$ (B) $\frac{1}{7}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{2}$

(2ª fase)

185. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos tais que A ⊂ Ω, B ⊂ Ω e P(B) ≠ 0 . Mostre que
$1-P(A|B)\times P(B)-P(A \cap \overline{B}) = P(\overline{A})$

(2ª fase)

186. Considere um baralho com 52 cartas, repartidas por quatro naipes (Copas, Ouros, Espadas e Paus). Em cada naipe, há um Ás, três figuras (uma Dama, um Valete, um Rei) e mais nove cartas (do Dois ao Dez).
a) Retiram-se cinco cartas do baralho, que são colocadas lado a lado, em cima de uma mesa, segundo a ordem pela qual vão sendo retiradas. Quantas sequências se podem formar com as cinco cartas retiradas, caso a primeira carta e a última
carta sejam ases, e as restantes sejam figuras?
b) Admita que, num jogo, cada jogador recebe três cartas, por qualquer ordem. Qual é a probabilidade de um determinado jogador receber exactamente dois ases?

Uma resposta correcta a esta questão é $\dfrac{{}^{4}C_{2} \times 48}{{}^{52}C_{3}}$.

Numa pequena composição, justifique esta resposta, fazendo referência:

- à Regra de Laplace;
- ao número de casos possíveis;
- ao número de casos favoráveis.

(2ª fase)

$\boxed{\text{E14}}$ Seja X a variável peso, expressa em quilogramas (kg), dos bebés de uma creche. Admita que a variável X é bem modelada por uma distribuição normal de valor médio 5. Escolhido um dos bebés ao acaso, sabe-se que a probabilidade de o seu peso estar entre 5kg e 6kg é 0,4. Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

(A) $P(X \geq 6) = 0{,}2$ (B) $P(4 \leq X \leq 5) = 0{,}4$

(C) $P(4 \leq X \leq 6) < 0{,}5$ (D) $P(X \leq 4) > 0{,}1$

(especial)

$\boxed{\text{E15}}$ Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$). Mostre que

$$P(B) + P(\overline{A}) + P(\overline{A} \cup \overline{B}) = 2P(\overline{A}) + P(A \cup B)$$

(especial)

$\boxed{\text{E16}}$ Considere o conjunto A = {1, 3, 5, 6, 8}.

a) Com os elementos do conjunto A, quantos números pares de quatro algarismos se podem formar, que tenham dois e só dois algarismos iguais a 5?

b) De entre os elementos do conjunto A, escolhe-se um deles, ao acaso. Considere a variável aleatória X: «número de divisores do elemento escolhido». Construa a tabela de distribuição de probabilidades da variável aleatória X e determine o seu valor médio. Apresente o resultado na forma de dízima.

Nota: Apresente o valor das probabilidades na forma de fracção irredutível.

(especial)

Soluções: 1. D 2. 210; 6; 1/28 3. 60%; 25% 4. 2/9 5. $4{,}13 \times 10^{-4}$ 6. B 7. 4845; 61/969 8. C 9. A
10. A 11. B 12. A 13. 1/5 14. A 15. C 16. 0,216% 17. D 18. B 19. 0,1(63)
20. 2/21 21. C 22. B 23. 75075; 0,114 24. B 25. 2916; 0,504 26. D 27. A 28. 3% 29. C 30. A
31. 1º 32. D 33. B 34. 120; 1/3 35. D 36. A 37. 70; 51% 38. C 39. C 40. 72; 2/9
41. A 42. C 43. 2/5 45. B 46. B 47. 3628800; 103680; 1/15 48.C 49. A 50. 0,134 51. A
52. A 53.16/17; 4% 54. C 55. D 56. 35%; 1/3; 1/15 57. C 58. A 59. 0,0000079
60. D 61.C 62. 1/9 63. C 64. B 65. 1656; 10350; 13/23. 66. D 67. B 68. 7/12; 64084800 69. B
70. D 71. 6%; 0,006 72. C 73. D 74. 0,336; 1/17 75. C 76. A 77. 604800; 2400 78. 6/7 79. A
80.C 81. 58%; 44% 83. D 84. A 85. 48; 480 87. C 88. A 89. 2/5, 8/15, 1/15; 1/7 90. C 91. D
92. 1/3; 11,6% 94. D 95. C 96. 9/22; 1/22 98. B 99. B 100. 72; 16; x_i: 0 e 1; p_i: 5/7 e 2/7 101. D 102. B
103. C 104. C 105. A 106. B 107. C 108. 180; 648 109. 0,42 110. x_i: 0, 1, 2 e p_i: 4/15, 8/15, 1/5; 8/15; 10
111. D 112. B 113. C 114. C 115. B 116. 60; 1/11 117. 11 118. A 119. D 120. 81/253; 2/9 121. 4
122. B 123. B 124. A 125. A 126. B 127. C 128. C 129. 1437004800; 0,34 130. x_i: 1, 2 e 3; 0,4, 0,5 e 0,1; 16/45; 7/10
131. 11/12 132. D 133. A 134. D 135. A 136. C 137. Sim 138. 0,68 139. A 140. C 141. 16/49
142. 8/15 143. C 144. A 145. A 146. D 147. –2, –1 e 1; 1/3, 1/6 e ½; μ =–1/3 148. 420; 2/5 150. B 151. 1/3
153. B 154. C 155. C 156. 0,24 158. D 159. D 160. C 161. 0,74 162. 2, 3 e 4; 1/7, 4/7 e 2/7; 3
163. C 164. A 165. B 166. A 167. A 168. 840; 62; 3/1001 169. x_i: 0,1,8 e $P(X=x_i)$: 2/3, 1/6,1/6; não 17. 75%
171. 4 e 1 172. B 173. C 174. 1/2; 0,12 175. C 176. x_i: 1,2,3,4 e $P(X=x_i)$: 0,2;0,1;0,3;0,4 177. A 178. D
179. B 180. 210 181. 10/19 182. D 183. C 184. C 186. ou 0 ou 1 ou 120 ou 12 ou 15840

E1. C E2. A E3. 1/10; 1/3; 1701 E4. D E5. C E6. por exemplo, A:«sair 2 vezes o 4» e B:«saírem 2 n.ºs pares»; 1/12; 1/6 e ½
E7. C E8. C E9. B E10. 144 E12. C E13. C E14. B E16. 24; 13/5

O professor: RobertOliveira