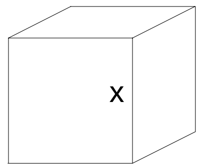
Escola Secundária de Francisco Franco

Matemática A – 12.º ano

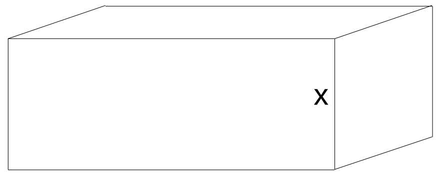
Trigonometria e números complexos

O APARECIMENTO DOS NÚMEROS COMPLEXOS

São dados um cubo e um paralelepípedo rectângulo, ambos de altura x. A área da base do paralelepípedo é igual a 15. Pretende-se determinar o valor de x de modo que o volume do cubo seja igual ao do paralelepípedo mais 4 unidades.



a) Indica a equação referida no enunciado e, recorrendo à calculadora, resolve-a indicando a sua solução inteira.



b) O matemático milanês Gerolamo CARDANO (1501-1576) expôs, na sua obra *Ars Magna*, a resolução das equações do 3.º grau, cujos principais descobridores foram os matemáticos Scipione DEL FERRO (1465-1526) e TARTAGLIA (1499-1557). Assim, para as equações do tipo $x^3 = px + q$, a fórmula resolvente é

$$\sqrt[3]{\frac{q}{2}+\sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2-\left(\frac{p}{3}\right)^3}}+\sqrt[3]{\frac{q}{2}-\sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2-\left(\frac{p}{3}\right)^3}}$$

Utiliza esta fórmula para descobrir uma solução inteira da equação anterior.

c) Com certeza estás num impasse porque apareceram raízes de números negativos (tal como aconteceu a Cardano). No entanto, viste na alínea **a)** que existe solução. Como encontrá-la?

Mostra primeiro, tal como o fez Rafaël BOMBELLI, (1526(?)-1573(?)), que $\sqrt[3]{2+\sqrt{-121}}=2+\sqrt{-1}$ (por exemplo, elevando ambos os membros ao cubo) e, de modo análogo, que $\sqrt[3]{2-\sqrt{-121}}=2-\sqrt{-1}$

d) Verifica finalmente a solução encontrada em **a)**.

<u>Observação</u>: Como acabaste de ver, foi o estudo das equações do 3.º grau (e não o das equações do 2.º grau) que "obrigou" a introduzir os números imaginários. Rafaël BOMBELLI não hesitou em considerar os radicais do tipo $\sqrt{-A}$, com A>0, como representativos de números de uma nova espécie (a que ele chamava "quantidades silvestres") e em combiná-los por adição com os números reais, obtendo assim os números complexos.

O professor: RobertOliveira
Internet: http://roliveira.pt.to