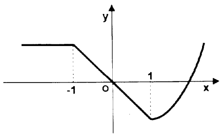
Escola Secundária de Francisco Franco

Matemática – 12.º ano

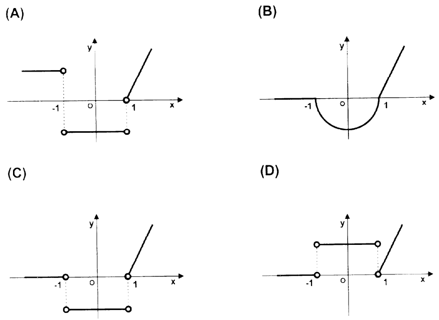
Cálculo Diferencial – alguns exercícios saídos em exames

(*Exames Nacionais 1997-1999*)

22. Se a representação gráfica de uma função g é

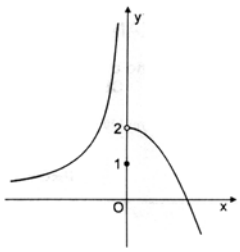


então a representação gráfica de g´pode ser



(2ªchamada 97)

30. Na figura está parte da representação gráfica de uma função g de domínio R e contínua em R\{0}. Considere a sucessão de termo geral $u_n=1/n$. Indique o valor de $\lim_{n\to+\infty} g(u_n)$.

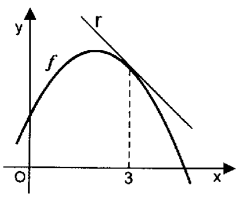


(A) $+\infty$ (B) 0

(C) 1 (D) 2

(Modelo 98)

33. Na figura estão representadas:



parte do gráfico de uma função diferenciável em R; uma recta r tangente ao gráfico de f no ponto de abcissa 3. O valor de f'(3), derivada da função f no ponto 3, pode ser igual a

(A) -1 (B) 0 (C) 1/f(3) (D) 1

(1ªchamada-98)

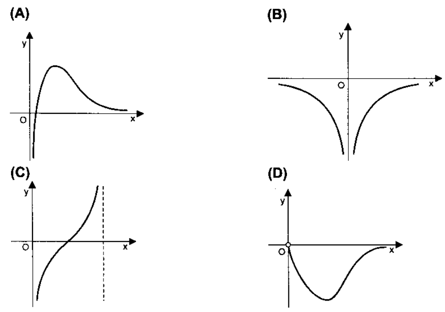
38. Uma instituição bancária oferece uma taxa de juro de 8% ao ano para depósitos feitos numa certa modalidade. Um cliente desse banco fez um depósito de 100 contos, nessa modalidade. Qual é, em contos, o capital desse cliente, relativo a esse depósito, passados n anos?

(A) 100+0,8n (B) $100 \times 1{,}08n$

(C) $100 \times 1{,}8^n$ (D) $100 \times 1{,}08^n$

(2ªchamada-98)

39. De uma função h sabe-se que: o domínio de h é R^+; $\lim_{x\to+\infty} h(x) = 0$; $\lim_{x\to 0} h(x) = -\infty$. Indique qual dos gráficos seguintes poderá ser o gráfico de h.



(2ªchamada-98)

40. De uma certa função f: $R^+ \to R$ sabe-se $f(1) = 0$ e a sua derivada é definida por $f'(x) = \frac{1+\ln x}{x}$.

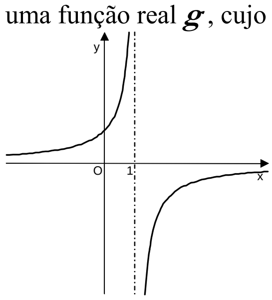
a) Escreva uma equação da recta tangente ao gráfico de f no ponto de abcissa 1.

b) Poderá concluir-se que f é sempre contínua para x=1? Justifique a sua resposta.

c) Mostre que $f''(x) = \frac{-\ln x}{x^2}$ e estude f quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e à existência de pontos de inflexão.

(2ªchamada-98)

45. Na figura está desenhada parte da representação gráfica de uma função real g, cujo domínio é $R \setminus \{1\}$.



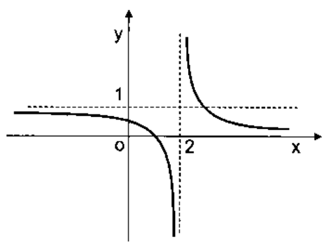
A recta de equação $x = 1$ é uma assímptota vertical do gráfico de g. Considere a sucessão de termo geral $x_n = 1 + \frac{1}{n}$ e seja $u_n = g(x_n)$. Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

(A) lim $u_n=-\infty$ (B) lim $u_n=+\infty$

(C) lim $u_n=0$ (D) Não existe lim u_n

(Modelo-99)

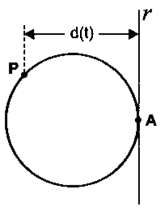
50. Na figura está desenhada parte da representação gráfica de uma função f, cujo domínio é R\{2}. As rectas de equações x=2, y=1 e y=0 são assimptotas do gráfico de f. Seja (x_n) a sucessão de termo geral $x_n=2-n^2$. Indique o valor de lim $f(x_n)$.

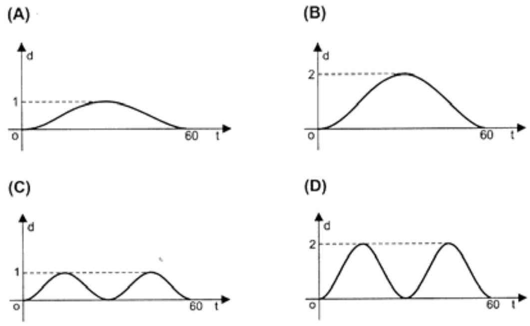


(A) 0 (B) 1 (C) $-\infty$ (D) $+\infty$

(1ªchamada-99)

53. Na figura estão representadas: uma circunferência de raio 1; uma recta r, tangente à circunferência no ponto A. Admita que um ponto P, partindo de A, se desloca sobre a circunferência, em sentido contrário ao dos ponteiros de um relógio, descrevendo uma única volta em 60 segundos. Seja d(t) a distância do ponto da recta P à recta r, t segundos após o início do movimento. Qual dos gráficos seguintes pode ser o da função d?

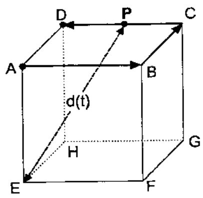


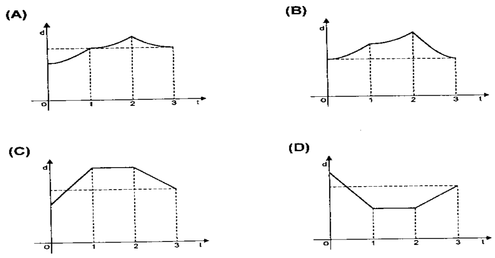


(1ªchamada-99)

(*Exames Nacionais 2000*)

68. Na figura está representado um cubo. Considere que um ponto P se desloca ao longo do trajecto que a figura sugere: P parte de A e percorre sucessivamente as arestas [AB], [BC] e [CD], terminando o percurso em D. O ponto P demora um segundo a percorrer cada uma das arestas. Seja d(t) a distância do ponto P ao ponto E, t segundos após a partida. Qual dos gráficos seguintes pode ser o da função d?





(Modelo)

69. Um laboratório farmacêutico lançou no mercado um novo analgésico: o AntiDor. A concentração deste medicamento, em decigramas por litro de sangue, t horas após ser administrado a uma pessoa, é dada por

$C(t)=t^2e^{-0,6t}$ $(t\geq 0)$

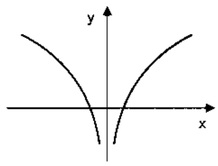
a) Recorrendo exclusivamente a processos analíticos, determine o valor de t para o qual é máxima a concentração de AntiDor no sangue de uma pessoa que o tenha tomado. Calcule o valor dessa concentração máxima, apresentando o resultado na unidade considerada, com aproximação às décimas.

b) O mesmo laboratório realizou uma campanha de promoção deste medicamento, baseada no *slogan*: "*AntiDor- acção rápida e prolongada*". Numa breve composição, de 60 a 120 palavras, comente o *slogan*, tendo em conta que: para a maioria das dores, o Antidor só produz efeito se a sua concentração for superior a 1 dg por litro de sangue: de acordo com uma associação de defesa do consumidor, um bom analgésico deve começar a produzir efeito, no máximo, meia hora após ter sido tomado, e a sua acção deve permanecer durante, pelo menos, 5 horas (após ter começado a produzir efeito).

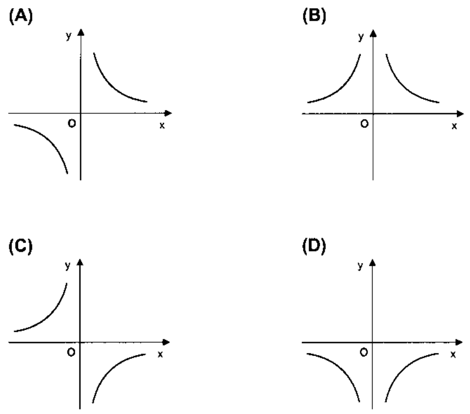
Nota: na resolução desta questão, deve utilizar as capacidades gráficas da sua calculadora e enriquecer a sua composição com o traçado de 1 ou mais gráficos.

(Modelo)

71. Na figura está parte da representação gráfica da função g, de domínio R\{0}.

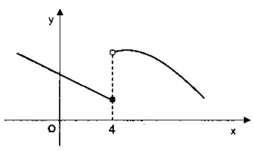


Qual das figuras seguintes poderá ser parte da representação gráfica da função g', derivada de g?



(1ªchamada)

75. Na figura está representada parte do gráfico de uma função f, de domínio R.



Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

(A) $\lim_{x\to 4^-} f(x)=f(4)$ e $\lim_{x\to 4^+} f(x)=f(4)$

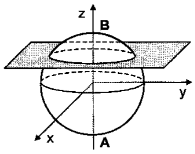
(B) $\lim_{x\to 4^-} f(x)=f(4)$ e $\lim_{x\to 4^+} f(x)\neq f(4)$

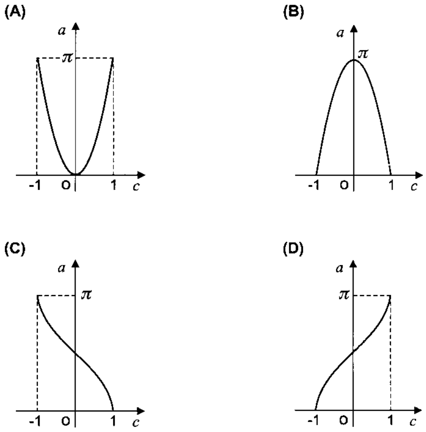
(C) $\lim_{x\to 4^-} f(x)\neq f(4)$ e $\lim_{x\to 4^+} f(x)=f(4)$

(D) $\lim_{x\to 4^-} f(x)\neq f(4)$ e $\lim_{x\to 4^+} f(x)\neq f(4)$

(2ªchamada)

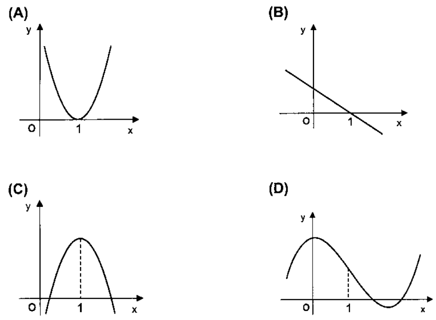
77. Considere, num referencial o.n. Oxyz, a esfera definida pela condição $x^2+y^2+z^2 \leq 1$. Admita que um ponto P se desloca ao longo do diâmetro [AB], que está contido no eixo Oz. Para cada posição do ponto P, considere o plano que contém P e que é paralelo ao plano xOy. Seja g a função que faz corresponder, à cota c do ponto P, a área *a* da secção produzida na esfera pelo referido plano. Qual dos seguintes pode ser o gráfico da função g?





(2ªchamada)

78. Seja g uma função cujo gráfico tem um ponto de inflexão de abcissa 1. Qual dos seguintes gráficos poderá ser o da 2ª derivada de g?



(2ªchamada)

79. Considere a função f, de domínio $\mathbb{R}\backslash\{1\}$, definida por $f(x)=\frac{e^x}{x-1}$. Recorrendo exclusivamente a processos analíticos (ou seja, sem utilização da calculadora), resolva as alíneas seguintes:

a) Estude a função f quanto à monotonia e quanto à existência de extremos relativos.

b) Resolva a equação $\ln[f(x)]=x$.

c) Estude a função f quanto à existência de assimptotas verticais e horizontais do seu gráfico.

(2ªchamada)

83. A pressão atmosférica de cada local da Terra depende da altitude a que este se encontra. Admita que a pressão atmosférica P (medida em quilopascal) é dada, em função da altitude h (em km), por $P(h)=101e^{-0,12h}$.

a) A montanha mais alta de Portugal é o Pico, na ilha do Pico-Açores. A altitude do cume do Pico é 2350 metros. Qual é o valor da pressão atmosférica, nesse local? Apresente o resultado em quilopascal, arredondado às unidades.

b) Determine x tal que, para qualquer h, $P(h+x)=\frac{1}{2}P(h)$. Apresente o resultado arredondado às décimas. Interprete o valor obtido, no contexto do problema.

(2ªfase)

(*Exames Nacionais 2001*)

88. De uma função f, contínua no intervalo [1,3], sabe-se que f(1)=7 e f(3)=4. Qual das afirmações seguintes é <u>necessariamente</u> verdadeira?

(A) A função f tem pelo menos um zero no intervalo [1,3]

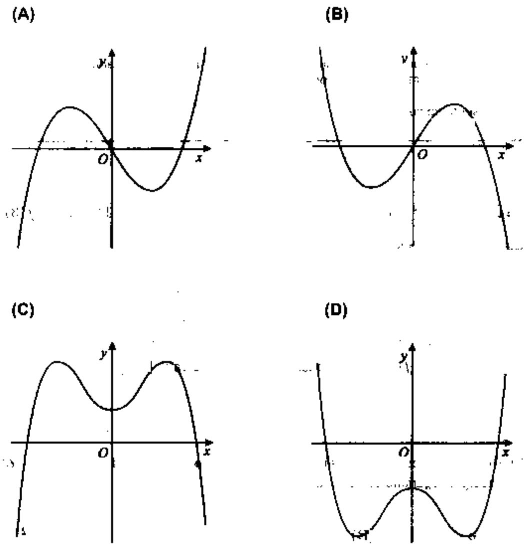
(B) A função f não tem zeros no intervalo [1,3]

(C) A equação f(x)=5 tem pelo menos uma solução no intervalo [1,3]

(D) A equação f(x)=5 não tem solução no intervalo [1,3]

(1ª chamada)

91. Seja g uma função, de domínio **R**, tal que a sua <u>2ª derivada</u> é definida por $g''(x)=1-x^2$. Em qual das figuras seguintes poderá estar parte da representação gráfica da <u>função</u> g?



(1ª chamada)

92. Considere a função f, de domínio $\mathbf{R}^+$, definida por $f(x)=3x-2\ln x$.

92.1. Utilize métodos exclusivamente analíticos para resolver as 2 alíneas seguintes.

a) Estude f quanto à existência de assimptotas do seu gráfico.

b) Mostre que a função f tem um único mínimo.

92.2. O gráfico de f contém um único ponto cuja ordenada é o quadrado da abcissa. Recorrendo à calculadora, determine um valor aproximado para a abcissa desse ponto (apresente o resultado arredondado às décimas). Explique como procedeu (na sua explicação, deve incluir o gráfico, ou gráficos, que considerou para resolver esta questão).

(1ª chamada)

94. Seja h a função, de domínio **R**, definida por

$$h(x)=\begin{cases}1+e^x & se\ x<0\\ 2 & se\ x=0\\ 3x+2 & se\ x>0\end{cases}$$

Relativamente à continuidade da função h, no ponto 0, qual das afirmações seguintes é verdadeira?

(A) É contínua
(B) É contínua à esquerda e descontínua à direita
(C) É contínua à direita e descontínua à esquerda
(D) É descontínua à esquerda e à direita

(2ª chamada)

97. Considere que a altura A (em metros) de uma criança do sexo masculino pode ser expressa, aproximadamente, em função do seu peso p (em kg), por $A(p)=-0{,}52+0{,}55\ln p$.
Recorrendo a métodos analíticos e utilizando a calculadora para efectuar cálculos numéricos, resolva as 2 alíneas seguintes.

a) O Ricardo tem 1,4 m de altura. Admitindo que a altura e o peso do Ricardo estão de acordo com a igualdade referida, qual será o seu peso? Apresente o resultado em kg, arredondado às unidades.
Nota: sempre que, nos cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, 2 casas decimais.

b) Verifique que, para qualquer valor de p, a diferença $A(2p)-A(p)$ é constante. Determine um valor aproximado dessa constante (com 2 casas decimais) e interprete esse valor, no contexto da situação descrita.

(2ª chamada)

98. De uma função g, de domínio $\mathbf{R}^+$, sabe-se que a bissectriz dos quadrantes ímpares é uma assimptota do seu gráfico. Seja h a função, de domínio $\mathbf{R}^+$, definida por $h(x)=g(x)/x^2$. Prove que o eixo Ox é uma assimptota do gráfico de h.

(2ª chamada)

99. Para um certo valor de k, é contínua em **R**, a função f definida por $f(x)=\begin{cases}0 & se\ x\le 0\\ \ln(x+k) & se\ x>0\end{cases}$. Qual é o valor de k?

(A) –1 (B) 0 (C) 1 (D) 2

(2ª fase)

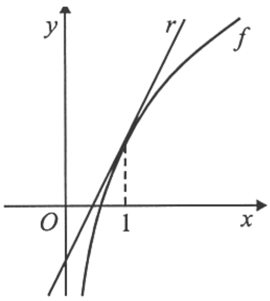
101. Seja f uma função tal que a sua derivada , no ponto 3, é igual a 4. Indique o valor de $\lim\limits_{x\to 3}\frac{f(x)-f(3)}{x^2-9}$

(A) 2/3 (B) 3/2 (C) 4 (D) 0

(2ª fase)

(*Exames Nacionais 2002*)

105. Na figura estão representadas, num referencial o.n. xOy: parte do gráfico de uma função f, de domínio R^+, definida por $f(x)=1+2\ln x$; a recta r, tangente ao gráfico de f no ponto de abcissa 1. Qual é o declive da recta r?



(A) 1 (B) 2
(C) 3 (D) 4

(1ª chamada)

109. Doses terapêuticas iguais de um certo antibiótico são administradas, pela primeira vez, a duas pessoas: a Ana e o Carlos. Admita que, durante as doze primeiras horas após a tomada simultânea do medicamento pela Ana e pelo Carlos, as concentrações de antibiótico, medidas em miligramas por litro de sangue, são dadas, respectivamente, por $A(t)=4t^3e^{-t}$ e $C(t)=2t^3e^{-0,7t}$. A variável t designa o tempo, medido em horas, que decorre desde o instante em que o medicamento é tomado ($t \in [0, 12]$).

a) Recorrendo a métodos analíticos e utilizando a calculadora para efectuar cálculos numéricos, resolva as duas alíneas seguintes.

a_1) Determine o valor da concentração deste antibiótico no sangue da Ana, quinze minutos depois de ela o ter tomado. Apresente o resultado, em miligramas por litro de sangue, arredondado às centésimas.
Nota: sempre que, nos cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, três casas decimais.

a_2) No instante em que as duas pessoas tomam o medicamento, as concentrações são iguais (por serem nulas). Determine quanto tempo depois as concentrações voltam a ser iguais. Apresente o resultado em horas e minutos (minutos arredondados às unidades).
Nota: sempre que, nos cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, três casas decimais.

b) Considere as seguintes questões:

1. Quando a concentração ultrapassa 7,5 miligramas por litro de sangue, o medicamento pode ter efeitos secundários indesejáveis. Esta situação ocorrerá, neste caso, com alguma destas duas pessoas? Caso afirmativo, com quem? E em quantos miligramas por litro o referido limiar será ultrapassado?

2. Depois de atingir o nível máximo, a concentração começa a diminuir. Quando fica inferior a 1 miligrama por litro de sangue, é necessário tomar nova dose do medicamento. Quem deve torná-la em primeiro lugar, a Ana ou o Carlos? E quanto tempo antes do outro?

Utilize as capacidades gráficas da sua calculadora para investigar estas duas questões. Numa pequena composição, com cerca de dez linhas, explicite as conclusões a que chegou, justificando-as devidamente. Apresente, na sua resposta, os elementos recolhidos na utilização da calculadora: gráficos e coordenadas de alguns pontos (coordenadas arredondadas às décimas)

(1ª chamada)

111. De uma função h, de domínio $\mathbb{R}^-$, sabe-se que a recta de equação y=2 é assimptota do seu gráfico. Qual é o valor de $\lim_{x\to-\infty} \frac{h(x)}{e^x}$?

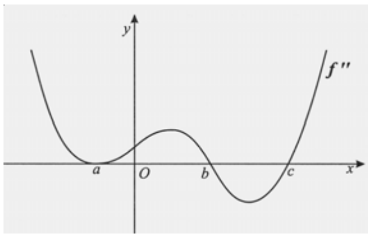
(A) $+\infty$ (B) $-\infty$ (C) 0 (D) 2

(2ª chamada)

114. Seja f uma função contínua, de domínio [0,5] e contradomínio [3,4]. Seja g a função, de domínio [0,5], definida por g(x)=f(x)-x. Prove que a função g tem, pelo menos, um zero.

(2ª chamada)

116. Seja f uma função de domínio R. Na figura está representada parte do gráfico de f´´, 2ª derivada da função f. Relativamente ao gráfico da função f, qual das afirmações seguintes é verdadeira?

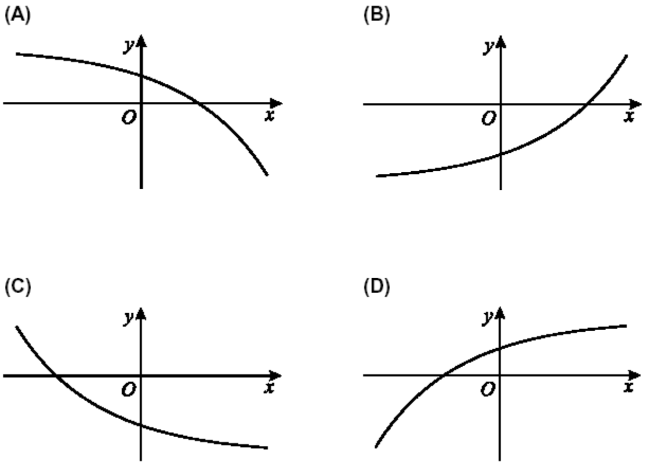


(A) O ponto de abcissa *a* é um ponto de inflexão.
(B) O ponto de abcissa *c* é um ponto de inflexão.
(C) A concavidade está voltada para baixo no intervalo [0,b]
(D) A concavidade está sempre voltada para cima

(2ª fase)

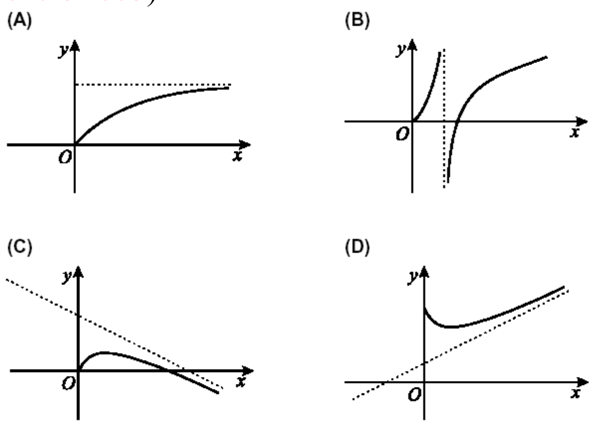
(*Exames Nacionais 2003*)

120. Seja f uma função de domínio R. Sabe-se que a primeira e a segunda derivadas de f são negativas em R. Em qual das figuras seguintes pode estar representada parte do gráfico da função f?



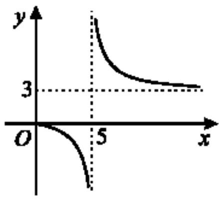
(1ª chamada)

121. Considere uma função g, de domínio [0,+∞[, contínua em todo o seu domínio. Sabe-se que: O gráfico de g tem uma única assimptota; $\lim_{x\to+\infty} \frac{g(x)}{x} = \frac{1}{2}$
Em qual das alternativas seguintes podem estar representadas, em referencial o. n. xOy, parte do gráfico da função g e, a tracejado, a sua assimptota?



(1ª chamada)

122. Na figura está representada parte do gráfico de uma função h, de domínio [0,5[∪]5,+∞[. As rectas de equações x=5 e y=3 são as únicas assimptotas do gráfico de h.

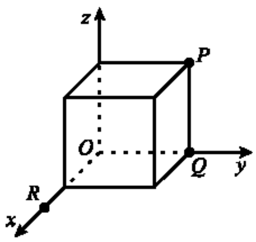


Indique o valor de $\lim_{x\to+\infty} \frac{h(x)}{3+e^{-x}}$

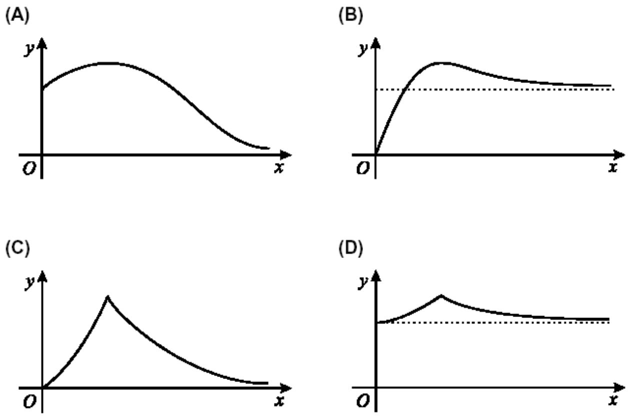
(A) 0 (B) 1 (C) 5 (D) $+\infty$

(1ª chamada)

123. Na figura está representado um cubo, em referencial o. n. xOy. Três das arestas do cubo estão contidas nos eixos do referencial. Os pontos P e Q são dois dos vértices do cubo, pertencentes ao plano yOz. Admita que um ponto R, partindo da origem do referencial, se desloca ao longo do semieixo positivo Ox. Seja g a função que faz corresponder, à abcissa x do ponto R, a área da secção produzida no cubo pelo plano PQR.



Qual dos seguintes pode ser o gráfico da função g?



(1ª chamada)

124. Num laboratório, foi colocado um purificador de ar. Num determinado dia, o purificador foi ligado às zero horas e desligado algum tempo depois. Ao longo desse dia, o nível de poluição do ar diminuiu, enquanto o purificador esteve ligado. Uma vez o purificador desligado, o nível de poluição do ar começou de imediato a aumentar.
Admita que o nível de poluição do ar no laboratório, medido em mg/l de ar, às t horas desse dia, pode ser dado por $P(t) = 1 - \frac{\ln(t+1)}{t+1}$, t ∈ [0,24]
Nas duas alíneas seguintes, sempre que, nos cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, três casas decimais.
a) Qual é o nível de poluição à uma hora e trinta minutos da tarde? Apresente o resultado na unidade considerada, arredondado às décimas.
b) Sem recorrer à calculadora, a não ser para efectuar eventuais cálculos numéricos, resolva o seguinte problema:
Quanto tempo esteve o purificador de ar ligado?
Apresente o resultado em horas e minutos (minutos arredondados às unidades).

(1ª chamada)

125. Prove que, para qualquer função quadrática g , existe um e um só ponto do gráfico onde a recta tangente é paralela à bissectriz dos quadrantes ímpares.

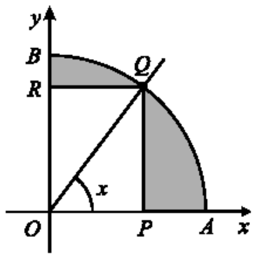
(1ª chamada)

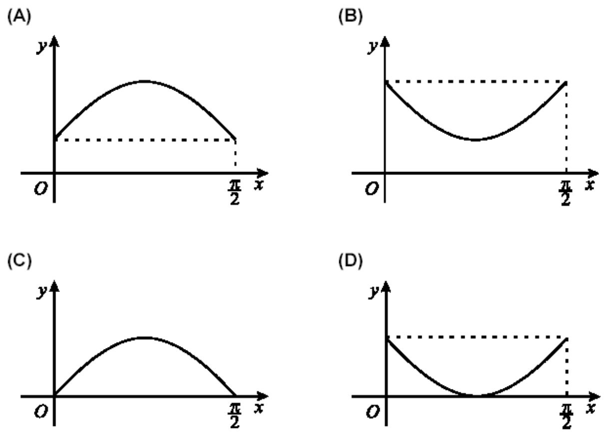
126. Indique o valor de $\lim\limits_{x\to 0^+} \frac{\log_2 x}{e^x - 1}$

(A) 0 (B) 1 (C) -∞ (D) +∞

(2ª chamada)

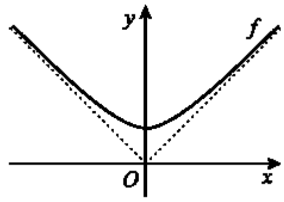
128. Na figura está representado, em referencial o.n. xOy, um arco de circunferência AB, de centro na origem do referencial. O ponto Q move-se ao longo desse arco. Os pontos P e R, situados sobre os eixos Ox e Oy, respectivamente, acompanham o movimento do ponto Q, de tal forma que o segmento de recta [PQ] é sempre paralelo ao eixo Oy e o segmento de recta [QR] é sempre paralelo ao eixo Ox. Para cada posição do ponto Q, seja x a amplitude do ângulo AOQ e seja h(x) a área da região sombreada. Qual dos gráficos seguintes pode ser o da função h?

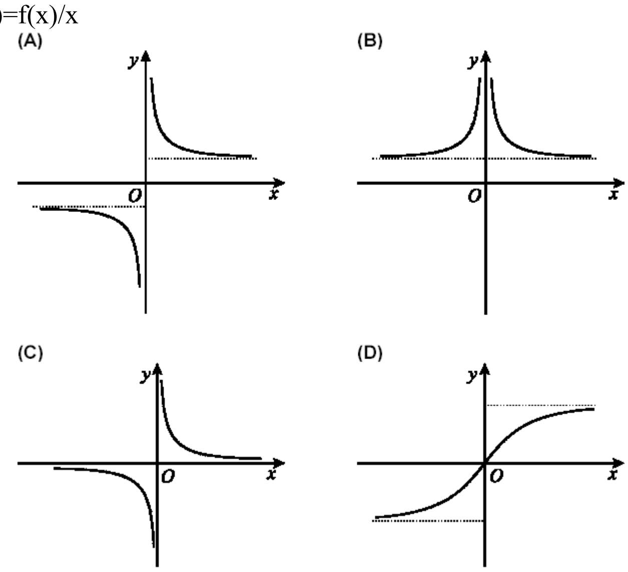




(2ª chamada)

129. Na figura junta está representada parte do gráfico de uma função f de domínio R, contínua em todo o seu domínio. A bissectriz dos quadrantes pares e a bissectriz dos quadrantes ímpares são assimptotas do gráfico de f. Indique em qual das figuras seguintes pode estar representada parte do gráfico da função g definida por g(x)=f(x)/x





(2ª chamada)

131. De uma função f, de domínio R, sabe-se que a sua derivada é dada por $f'(x) = (x+1)\,e^{x} - 10\,x$
Seja A o único ponto de inflexão do gráfico de f. Recorrendo às capacidades gráficas da sua calculadora, determine a abcissa do ponto A, arredondada às décimas. Explique como procedeu. Inclua, na sua explicação, o(s) gráfico(s) que obteve na calculadora.

(2ª chamada)

134. Seja f uma função de domínio R, e seja g a função definida por g(x)=f(x+1). A recta de equação y=2x+4 é a única assimptota do gráfico de f. Qual das seguintes é uma equação da única assimptota do gráfico de g?
(A) y=2x+6 (B) y=2x+4 (C) y=2x-4 (D) y=2x-6

(2ª fase)

135. Admita que, ao longo dos séculos XIX e XX e dos primeiros anos do século XXI, a população de Portugal Continental, em milhões de habitantes, é dada, aproximadamente, por $p(t) = 3,5 + \frac{6,8}{1+12,8e^{-0,036t}}$

(considere que t é medido em anos e que o instante t=0 corresponde ao início do ano 1864).

a) De acordo com este modelo, qual será a população de Portugal Continental no final do presente ano (2003)? Apresente o resultado em milhões de habitantes, arredondado às décimas.

Nota: sempre que, nos cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, 3 casas decimais.

b) Sem recorrer à calculadora (a não ser para efectuar eventuais cálculos numéricos), resolva o seguinte problema: De acordo com este modelo, em que ano a população de Portugal Continental foi de 3,7 milhões de habitantes?

Nota: sempre que, nos cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, 3 casas decimais.

(2ª fase)

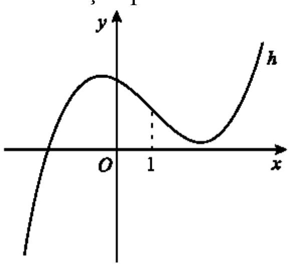
(Exames Nacionais 2004)

136. Para um certo valor de k, é contínua em $\mathbb{R}$ a função g, definida por $g(x)=\begin{cases} k+\cos x & se\, x\leq 0 \\ \frac{\ln(1+x)}{x} & se\, x>0 \end{cases}$. Qual é o valor de k?

(A) –1 (B) 0 (C) 1 (D) 2

(1ª fase)

137. Na figura junta está parte da representação gráfica de uma função polinomial h.



O ponto de abcissa 1 é o único ponto de inflexão de h. Qual das expressões seguintes pode definir h'', segunda derivada da função h?

(A) $(x-1)^2$ (B) $(1+x)^2$ (C) $x-1$ (D) $1-x$

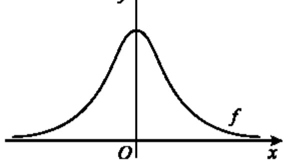
(1ª fase)

138. Sabe-se que $\log_2 a = 1/5$. Qual é o valor de $\log_2(a^5/8)$?

(A) -1 (B) -2 (C) -3 (D) -4

(1ª fase)

139. Na figura abaixo está parte da representação gráfica de uma função f, par e positiva, da qual a recta de equação $y=0$ é assimptota.



Qual é o valor de $\lim_{x\to-\infty} \frac{1}{f(x)}$?

(A) 0 (B) 1 (C) +∞ (D) -∞

(1ª fase)

140. Considere a função f, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $f(x)=1+3x^2e^{-x}$

a) Sem recorrer à calculadora, mostre que a função f tem um único mínimo relativo e determine-o.

b) Sem recorrer à calculadora (a não ser para efectuar eventuais cálculos numéricos), mostre que, no intervalo]–1,0[, existe pelo menos um objecto cuja imagem, por meio de f, é 4.

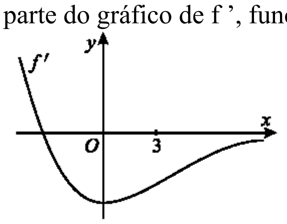
(1ª fase)

141. Indique o valor de p para o qual se verifica a igualdade de $\log_p 16=4$

(A) -4 (B) 4 (C) 2 (D) $\sqrt{2}$

(2ª fase)

143. Seja f uma função de domínio $\mathbb{R}$, com derivada finita em todos os pontos do seu domínio. Na figura junta encontra-se parte do gráfico de f ', função derivada de f.



Sabe-se ainda que f(0)=2. Qual pode ser o valor de f(3)?

(A) 1 (B) 2 (C) 5 (D) 7

(2ª fase)

144. Considere a função f, de domínio $\mathbb{R}\backslash\{0\}$, definida por $f(x)=\frac{e^x-1}{x}$

a) Sem recorrer à calculadora, resolva as duas alíneas seguintes:

a_1) Determine a equação reduzida da recta tangente ao gráfico de f no ponto de abcissa 1.

a_2) Estude a função f quanto à existência de assimptotas do seu gráfico, paralelas aos eixos coordenados.

b) O conjunto solução da inequação $f(x)\leq 3+\ln x$ é um intervalo fechado $[a,b]$. Recorrendo à sua calculadora, determine, graficamente, valores para a e b, arredondados às centésimas.

Nota: apresente, na sua resposta, os elementos recolhidos na utilização da calculadora, nomeadamente, o gráfico ou gráficos obtido(s), bem como coordenadas relevantes de alguns pontos.

(2ª fase)

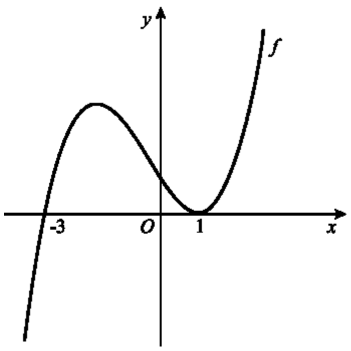
145. Considere, para cada $\alpha\in]0,1[$, a função, de domínio $\mathbb{R}^+$, definida por $f(x)=x^{\alpha}$.

Prove que, qualquer que seja o valor de $\alpha\in]0,1[$, o gráfico da função f tem a concavidade voltada para baixo.

(2ª fase)

(*Exames Nacionais 2005*)

146. Na figura, está representada parte do gráfico de uma função f, contínua em $\mathbb{R}$. A função f tem apenas dois zeros: –3 e 1.



Seja g a função definida por $g(x)=\sqrt{f(x)}$. Qual dos seguintes conjuntos pode ser o domínio da função g?

(A) $]-\infty,1]$ (B) $\mathbb{R}\backslash\{-3,1\}$ (C) $]-\infty,-3]$ (D) $[-3,+\infty[$

(1ª fase)

147. Considere uma função f, de domínio $\mathbb{R}\backslash\{5\}$, contínua em todo o seu domínio. Sabe-se que: $\lim\limits_{x\to5} f(x)=-3$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2$; $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-x]=0$

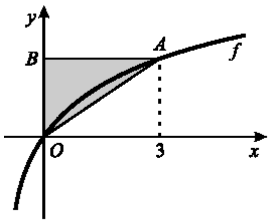
Em cada uma das opções seguintes, estão escritas duas equações, representando cada uma delas uma recta. Em qual das opções as duas rectas assim definidas são as assimptotas do gráfico da função f?

(A) y=x e y=2 (B) y=2 e x=5

(C) y=x e x=5 (D) y=–3 e x=2

(1ª fase)

148. Na figura junta, está representada, em referencial o.n. xOy, parte do gráfico da função f, definida, em $]-1,+\infty[$, por $f(x)=\log_2(x+1)$. Na mesma figura, está também representado um triângulo rectângulo [ABO].



O ponto A tem abcissa 3 e pertence ao gráfico de f. O ponto B pertence ao eixo Oy. Qual é a área do triângulo [ABO]?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

(1ª fase)

149. Admita que o número de elementos de uma população de aves, t anos após o início de 1970, é dado aproximadamente por $P(t)=5{,}2\times10^7\times e^{(N-M)t}$, $t\geq0$, em que N e M são duas constantes, denominadas, respectivamente, *taxa de natalidade* e *taxa de mortalidade* da população.

Sem recorrer à calculadora, a não ser para efectuar eventuais cálculos numéricos, resolva as duas alíneas seguintes:

a) Sabendo que N<M, calcule $\lim\limits_{t\to+\infty} P(t)$ e interprete o resultado obtido, no contexto do problema.

b) No início de 2000, a população era metade da que existia no início de 1970. Sabendo que a *taxa de natalidade* é 7,56, determine a *taxa de mortalidade*. Apresente o resultado arredondado às centésimas.

Nota: sempre que, nos cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, três casas decimais.

(1ª fase)

150. Seja f uma função, de domínio $\mathbb{R}^+$, tal que a sua derivada é dada por $f'(x)=2+x\ln x$, $\forall x\in\mathbb{R}^+$

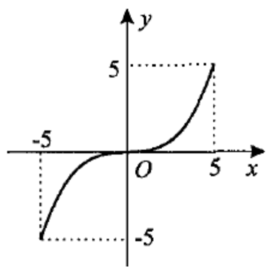
Sem recorrer à calculadora, resolva as alíneas seguintes:

a) Seja r a recta tangente ao gráfico de f no ponto de abcissa 1. Seja P o ponto de intersecção da recta r com o eixo Ox. Sabendo que f(1)=3, determine a abcissa do ponto P.

b) Estude a função f quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e quanto à existência de pontos de inflexão.

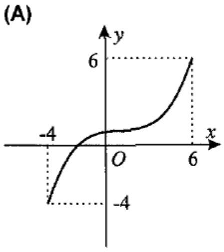
(1ª fase)

151. Considere a função f, de domínio [–5,5] e contradomínio [–5,5], representada graficamente na figura junta.

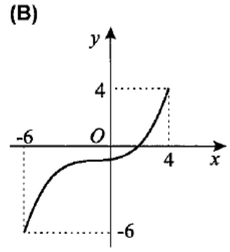


Qual dos gráficos seguintes pode ser o da função g, definida por g(x)=1+f(x+1)?

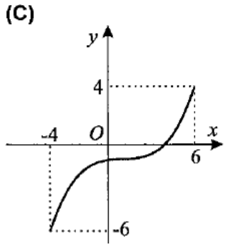
(A)



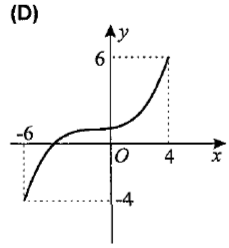
(B)



(C)

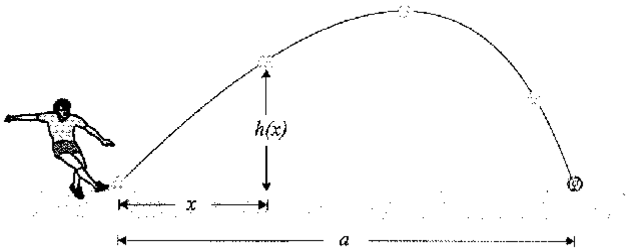


(D)



(2ª fase)

154. Na figura está representada a trajectória de uma bola de futebol, depois de ter sido pontapeada por um jogador da selecção portuguesa, durante um treino de preparação para o EURO-2004.



Designou-se por a a distância, em metros, entre o ponto onde a bola foi pontapeada e o ponto onde ela caiu. Considere a função h definida em $[0,a]$ por $h(x)=2x+10\ln(1-0{,}1x)$.
Admita que h(x) é a distância, em metros, da bola ao solo, no momento em que a sua projecção no solo se encontra a x metros do local onde foi pontapeada.

a) Recorrendo à calculadora, determine o valor de a, arredondado às centésimas. Explique como procedeu, apresentando todos os elementos recolhidos na utilização da calculadora.

b) Sem utilizar a calculadora, a não ser para efectuar eventuais cálculos numéricos, estude a função h quanto à monotonia e conclua qual foi a maior altura que a bola atingiu, relativamente ao solo, depois de pontapeada. Apresente o resultado em metros, arredondado às centésimas.

c) Sem utilizar a calculadora, mostre que a taxa de variação média da função h, no intervalo [1,3], é $\ln[e^2(7/9)^5]$

(2ª fase)

155. No início de 1972, havia 400 lobos num determinado parque natural. As medidas de protecção a lobos fizeram com que o referido nº aumentasse continuamente. Os recursos do parque permitem que o nº de lobos cresça até bastante perto de um milhar, mas não permitem que este valor seja ultrapassado. Nestas condições, apenas uma das expressões seguintes pode definir a função P que dá o nº aproximado de lobos existentes no parque natural, t anos após o início de 1972.

(A) $\frac{1000}{1+e^{-0,5t}}$ (B) $\frac{1000}{1+1{,}5e^{-0,5t}}$

(C) $\frac{1200}{1+2e^{-t}}$ (D) $1000-\frac{600(t^3+1)}{e^t}$

Qual é a expressão correcta? Numa pequena composição, com cerca de 10 linhas, explique as razões que o levam a rejeitar as outras 3 expressões (apresente 3 razões diferentes, uma por cada expressão rejeitada).
Nota: poder-lhe-á ser útil recorrer às capacidades gráficas da sua calculadora. Se o fizer, deve reproduzir o(s) gráfico(s) obtidos(s).

(2ª fase)

E1. Considere a função f, de domínio $\mathbb{R}\backslash\{3\}$, definida por $f(x)=\frac{x-2}{x-3}$. Em cada uma das opções seguintes estão escritas 2 equações. Em qual das opções as 2 equações definem as asssimptotas do gráfico de f?
(A) $x=2$ e $y=1$ (B) $x=2$ e $y=2$
(C) $x=3$ e $y=1$ (D) $x=3$ e $y=2$

(Época especial)

E2. Para um certo valor de k, é contínua em $\mathbb{R}$ a função f definida por $f(x)=\begin{cases} k+\operatorname{sen} x & se\, x\leq 0 \\ \frac{3x+\ln(1+x)}{x} & se\, x>0 \end{cases}$. Qual é valor de k ?

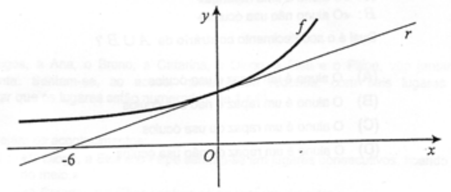
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

(Época especial)

E3. De uma função f, de domínio $\mathbb{R}$, sabe-se que a sua derivada é dada por $f'(x)=x^3-3x+1$. Em qual dos conjuntos seguintes o gráfico de f tem a concavidade voltada para baixo?
(A) $]-1,1[$ (B) $]-\infty,-1[$ (C) $]0,3[$ (D) $]-\infty,0[$

(Época especial)

E4. Na figura está representada, em referencial o.n. xOy, parte do gráfico da função f, de domínio R, definida por $f(x)=e^{ax}+1$ (a é uma constante real positiva).



Na figura está também representada a recta r, que é tangente ao gráfico de f no ponto em que este intersecta o eixo Oy. A recta r intersecta o eixo Ox no ponto de abcissa -6. Qual é o valor de a?
(A) ½ (B) 1/3 (C) 2/3 (D) 3/2

(Época especial)

E5. O tempo t, medido em anos, que um planeta demora a realizar uma translação completa em torno do Sol, está relacionado com a distância média, d, desse planeta ao Sol, medida em milhões de quilómetros, por meio da fórmula $2\ln(t)=k+3\ln(d)$ (k é uma constante real). Sem usar a calculadora, a não ser para efectuar eventuais cálculos numéricos, resolva as 2 alíneas seguintes:

a) Sabe-se que: a distância média de Urano ao Sol é (aproximadamente) o dobro da distância média de Saturno ao Sol; o planeta Urano demora (aproximadamente) 84 anos a realizar uma translação completa em torno do Sol.
Determine quanto tempo demora o planeta Saturno a realizar uma translação completa em torno do Sol (às décimas).
Nota: sempre que, nos cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, 3 casas decimais.

b) Sabendo que a distância média da Terra ao Sol é, aproximadamente, de 149,6 milhões de km, determine o valor de k (apresente o resultado arredondado às unidades).

(Época especial)

E6. De uma função f, de domínio $\mathbb{R}$, sabe-se que: f tem derivada finita em todos os pontos de $\mathbb{R}$; $f(0)=-1$; f é estritamente crescente em $\mathbb{R}^-$ e é estritamente decrescente em $\mathbb{R}^+$. Seja g a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $g(x)=[f(x)]^2$. Prove que 1 é o mínimo da função g.

(Época especial)

(*Testes intermédios e exames 2005/2006*)

156. Seja (x_n) a sucessão de termo geral $x_n = (1+\frac{1}{n})^n$.
Seja (y_n) a sucessão de termo geral $y_n = 1+\ln(x_n)$. Qual é o valor de $\lim y_n$?
(A) 2 (B) 3 (C) $1+e$ (D) $2+e$

(Intermédio 2)

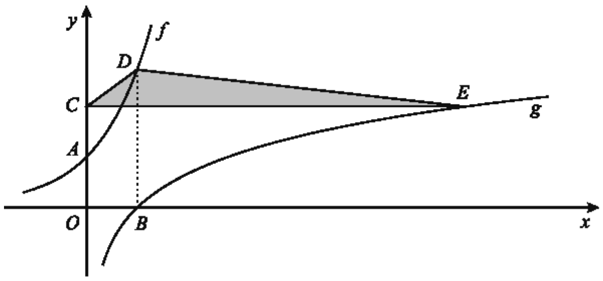
157. Indique o número real que é solução da equação $e^{x-2} = \frac{1}{\sqrt{e}}$
(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{3}{2}$ (C) $\frac{5}{2}$ (D) $\frac{7}{2}$

(Intermédio 2)

158. Indique o conjunto dos números reais que são soluções da inequação $\log_3(1-x)\leq 1$
(A) $[-2,1[$ (B) $[-1,2[$ (C) $]-\infty,-2]$ (D) $[-2,+\infty[$

(Intermédio 2)

159. Na figura abaixo estão representadas, em referencial o. n. xOy: parte do gráfico da função *f*, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $f(x)=e^x$; parte do gráfico da função *g*, de domínio $\mathbb{R}^+$, definida por $g(x)=\ln x$. O ponto A é o ponto de intersecção do gráfico de *f* com o eixo Oy e o ponto B é o ponto de intersecção do gráfico de *g* com o eixo Ox.



Na figura está também representado um triângulo [CDE]. O ponto C pertence ao eixo Oy, o ponto D pertence ao gráfico de *f* e o ponto E pertence ao gráfico de *g*. Sabe-se ainda que: a recta BD é paralela ao eixo Oy e a recta CE é paralela ao eixo Ox; $\overline{AC} = \overline{OA}$. Qual é a área do triângulo [CDE]?
(A) $\frac{(e-1)\ln 2}{2}$ (B) $\frac{(e^2-1)\ln 2}{2}$ (C) $\frac{e(e-2)}{2}$ (D) $\frac{e^2(e-2)}{2}$

(Intermédio 2)

160. Um estudo de mercado, encomendado por uma empresa de venda de produtos alimentares, concluiu que a quantidade de azeite *Azeitona do Campo*, vendida num mês por essa empresa, depende do preço de venda ao público, de acordo com a função $V(x) = e^{14-x}$ sendo x o preço de venda ao público, em euros, de 1 litro desse azeite e $V(x)$ a quantidade vendida num mês (medida em litros).

a) A empresa tem um conjunto de despesas (compra ao produtor, empacotamento, publicidade, transportes, etc.) com a compra e a venda do azeite. Sabendo que cada litro de azeite vendido acarreta à empresa uma despesa total de 3 euros, justifique que o lucro mensal da empresa (em euros), resultante da venda do azeite, é dado por $L(x) = (x-3)e^{14-x}$

b) Utilize a calculadora para resolver graficamente o seguinte problema:
Entre que valores deve variar o preço de um litro de azeite de venda ao público para que o lucro mensal seja superior a dezasseis mil e quinhentos euros? Apresente os valores em euros, arredondados aos cêntimos (de euro).
Apresente na sua resposta os elementos recolhidos na utilização da calculadora: gráficos e coordenadas relevantes de alguns pontos.

(Intermédio 2)

161. Considere a função *f*, de domínio $]0,+\infty[$, definida por $f(x)=\frac{1-\ln x}{x}$. Sem recorrer à calculadora, resolva as duas alíneas seguintes.

a) Mostre que $f(\frac{1}{2})=\ln(4e^2)$

b) Estude a função *f* quanto à existência de assimptotas do seu gráfico, paralelas aos eixos coordenados.

(Intermédio 2)

162. Com o objectivo de estudar as leis do aquecimento e do arrefecimento, realizou-se, num laboratório de Física, a seguinte experiência: aqueceu-se ao lume uma certa quantidade de água, durante cinco minutos; passado este tempo, apagou-se o lume e deixou-se a água a arrefecer. A temperatura da água foi sendo medida, ao longo do decorrer da experiência. Admita que: neste laboratório, a temperatura ambiente é constante; a temperatura da água, no instante em que começou a ser aquecida, era igual à temperatura ambiente; depois de se ter apagado o lume, a temperatura da água tende, com o passar do tempo, a igualar a temperatura ambiente. Em resultado da experiência, concluiu-se que a relação entre a temperatura da água e o tempo *t*, contado em minutos, a partir do instante em que se colocou a água ao lume, é modelada por uma, e uma só, das quatro funções, *a*, *b*, *c* e *d*, definidas a seguir:

$$a(t)=\begin{cases} 24-2t & se\ \ 0\leq t\leq 5 \\ 24-10\,e^{-0{,}04\,(t-5)} & se\ \ t>5\end{cases}$$

$$b(t)=\begin{cases} 12\,(t+2) & se\ \ 0\leq t\leq 5 \\ 24+70\,e^{-0{,}04\,(t-5)} & se\ \ t>5\end{cases}$$

$$c(t)=\begin{cases} 14\,(t+1) & se\ \ 0\leq t\leq 5 \\ 24+60\,e^{-0{,}04\,(t-5)} & se\ \ t>5\end{cases}$$

$$d(t)=\begin{cases} 12\,(t+2) & se\ \ 0\leq t\leq 5 \\ 24+60\,e^{-0{,}04\,(t-5)} & se\ \ t>5\end{cases}$$

Qual das quatro funções é a correcta? Numa pequena composição, explique porque não pode ser nenhuma das outras três, indicando, para cada uma delas, uma razão pela qual a rejeita, explicando a sua inadequação, relativamente à situação descrita.

(Intermédio 2)

163. De uma função *g*, de domínio $]0,+\infty[$, sabe-se que: não tem zeros; a recta de equação $y=x+2$ é assimptota do seu gráfico. Seja *h* a função de domínio $]0,+\infty[$, definida por $h(x)=\frac{x^2}{g(x)}$. Prove que a recta de equação $y=x-2$ é assimptota do gráfico de *h*.

(Intermédio 2)

165. Seja g a função definida em $\mathbb{R}$ por $g(x)=\frac{e^x+5}{2+\cos x}$. Considere a sucessão de termo geral $u_n = \frac{n+1}{n^2}$. Indique o valor de $\lim\limits_{n\to+\infty} g(u_n)$

(A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) 1

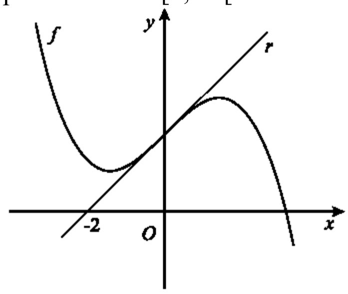
(1ªfase)

166. Seja h a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $h(x)=\frac{\ln(\sqrt{e^x})}{2}$. Qual das seguintes expressões pode também definir h?

(A) $\sqrt{x}$ (B) $\frac{x}{2}$ (C) $\frac{x}{4}$ (D) $\frac{\sqrt{x}}{2}$

(1ªfase)

167. Na figura está representada parte do gráfico de uma função polinomial *f*. Tal como a figura sugere, o gráfico de *f* tem a concavidade voltada para cima em $]-\infty,0]$ e voltada para baixo em $[0,+\infty[$.



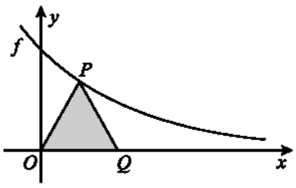
A recta *r*, tangente ao gráfico de *f* no ponto de abcissa 0, é paralela à bissectriz dos quadrantes ímpares e intersecta o eixo *Ox* no ponto de abcissa –2. Sabendo que *f'* e *f''* designam, respectivamente, a primeira e a segunda derivadas de *f*, indique o valor de $f(0)+f'(0)+f''(0)$

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

(1ªfase)

168. Na figura estão representados: parte do gráfico da função *f* de domínio $\mathbb{R}$, definida por $f(x)=e^{-x}$; um triângulo <u>isósceles</u> [OPQ] ($\overline{PO}=\overline{PQ}$), em que:

- O é a origem do referencial;
- P é um ponto do gráfico de *f*;
- Q pertence ao eixo das abcissas.



Considere que o P ponto se desloca no primeiro quadrante (eixos não incluídos), ao longo do gráfico de *f*. O ponto Q acompanha o movimento do ponto P, deslocando-se ao longo do eixo das abcissas, de tal modo que $\overline{PO}$ permanece sempre igual a $\overline{PQ}$. Seja *A* a função, de domínio $\mathbb{R}^+$, que faz corresponder, à abcissa *x* do ponto P, a área do triângulo [OPQ].

a) Mostre que, para cada $x \in \mathbb{R}^+$, se tem $A(x)=xe^{-x}$

b) <u>Sem recorrer à calculadora</u>, estude a função A quanto à monotonia e conclua qual é o valor máximo que a área do triângulo [OPQ] pode assumir.

(1ªfase)

169. De uma certa função *f*, de domínio $\mathbb{R}$, sabe-se que:

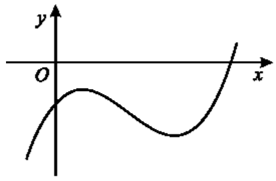
- *f* é contínua;
- a recta de equação $y=x$ é assimptota do gráfico de *f*, quer quando $x\to+\infty$, quer quando $x\to-\infty$. Mostre que o gráfico da função *g*, definida, em $\mathbb{R}$, por $g(x)=xf(x)$, não tem qualquer assimptota.

(1ªfase)

170. Considere a função *f* definida no intervalo [1,2] por $f(x)=\cos(x-1)+\ln x$. Para um certo valor real positivo *a* e para um certo valor real *b*, a função *g*, definida no intervalo [1,2] por $g(x)=af(x)+b$, tem por contradomínio o intervalo [4,5]. Utilizando as capacidades gráficas da sua calculadora, determine os valores de *a* e de *b*, arredondados às centésimas. Explique como procedeu. Na sua explicação, deve incluir o gráfico, ou gráficos, que tenha visualizado na calculadora, bem como coordenadas relevantes de algum, ou alguns, pontos. Sempre que, em valores intermédios, proceder a arredondamentos, conserve um mínimo de três casas decimais.

(1ªfase)

173. Na figura abaixo está parte do gráfico de uma função *h*, de domínio $\mathbb{R}$.



Sejam h' e h'' a primeira e a segunda derivadas de *h*, respectivamente. Admita que estas duas funções também têm domínio $\mathbb{R}$. Qual das expressões seguintes designa um número positivo?

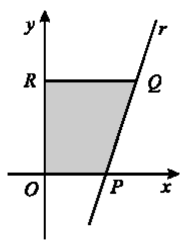
(A) $h(0)+h''(0)$ (B) $h(0)-h'(0)$
(C) $h'(0)-h''(0)$ (D) $h'(0)\times h''(0)$

(2ªfase)

174. Seja *f* a função, de domínio $]1,+\infty[$, definida por $f(x)=x+x\ln(x-1)$. <u>Sem recorrer à calculadora</u>, resolva as duas alíneas seguintes:

a) Estude a função quanto à existência de assimptotas do seu gráfico.

b) Na figura estão representados, em referencial o.n. *xOy*, uma recta *r* e um trapézio [OPQR]. • Q tem abcissa 2 e pertence ao gráfico de *f* (o qual não está representado na figura); • *r* é tangente ao gráfico de *f* no ponto Q; • P é o ponto de intersecção da recta *r* com o eixo *Ox*; • R pertence ao eixo *Oy* e tem ordenada igual à do ponto Q. Determine a área do trapézio [OPQR]. Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.



(2ªfase)

175. Seja $f:[0,2]\to\mathbb{R}$ uma função contínua tal que $f(0)=f(2)=0$ e $f(1)>0$.

Prove que existe pelo menos um número real c no intervalo $]0,1[$ tal que $f(c)=f(c+1)$.

Sugestão: considere a função g: $[0,1]\to\mathbb{R}$, definida por $g(x)=f(x)-f(x+1)$

(2ªfase)

E7. De uma função f, de domínio $\mathbb{R}$, sabe-se que a sua 2ª derivada é dada por $f''(x)=(x^2-1)(x^2+5)(x^2+6)^2$. Quantos pontos de inflexão tem o gráfico de f?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

(Época especial)

E8. Considere a função g, de domínio $\mathbb{R}$, definida por

$$g(x)=\begin{cases} \frac{e^x-1}{2x} & se \;\; x<0 \\ 2 & se \;\; x=0 \\ \frac{2x+1}{x} & se \;\; x>0 \end{cases}$$

Relativamente à continuidade da função g, no ponto 0, qual das afirmações seguintes é verdadeira?

(A) É contínua

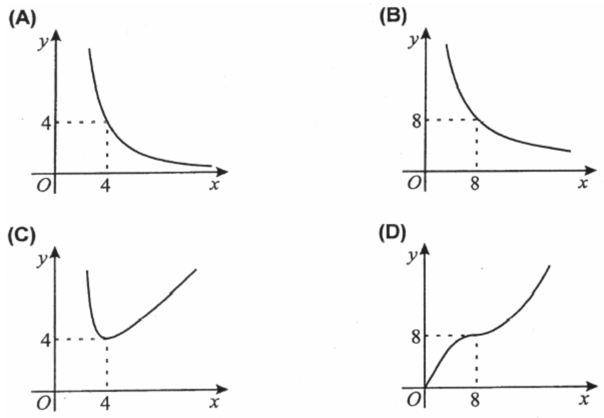
(B) É contínua à esquerda e descontínua à direita

(C) É contínua à direita e descontínua à esquerda

(D) É descontínua à esquerda e à direita

(Época especial)

E9. Pretende-se construir um prisma quadrangular regular com 64 cm^3 de volume. A altura y do prisma, medida em cm, depende do comprimento x da aresta da base, medido igualmente em cm. Qual dos gráficos seguintes traduz correctamente a relação entre estas 2 variáveis?



(Época especial)

E10. Seja f a função, de domínio $\mathbb{R}^+$, definida por

$$f(x)=\begin{cases} \frac{x}{\ln x} & se \;\; 0<x<1 \\ x\,e^{2-x} & se \;\; x\geq 1 \end{cases}$$

a) Sem recorrer à calculadora, resolva as 3 alíneas seguintes:

a_1) Estude a função f quanto à existência de assimptotas do seu gráfico.

a_2) Mostre que $\exists x\in]4,5[: f(x)+f(e^{-1})=0$

a_3) Estude a função f quanto à monotonia, no intervalo $]0,1[$.

b) Seja r a recta tangente ao gráfico de f no ponto de abcissa 2. Seja s a recta que passa na origem do referencial e é paralela à recta r. A recta s intersecta o gráfico de f num ponto. Utilizando a sua calculadora, determine as coordenadas desse ponto. Apresente os valores arredondados às centésimas. Explique como procedeu, apresentando o gráfico, ou gráficos, obtido(s) na calculadora.

(Época especial)

(*Testes intermédios e exames 2006/2007*)

176. Indique o conjunto dos números reais que são soluções da inequação $e^{-x}>\frac{1}{e}$

(A) $]-\infty,-1[$ (B) $]-\infty,1[$ (C) $]-1,+\infty[$ (D) $]1,+\infty[$

(Intermédio 2)

177. Seja a um número real maior do que 1. Indique o valor de $\log_a(a\times\sqrt[3]{a})$

(A) 5/4 (B) 4/3 (C) 5/3 (D) 3/2

(Intermédio 2)

178. Seja g uma função de domínio $\mathbb{R}^+$. Sabe-se que a recta de equação $y=2x+3$ é assimptota do gráfico de g. Indique o valor de $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\frac{g(x)}{x}\times(g(x)-2x)\right]$

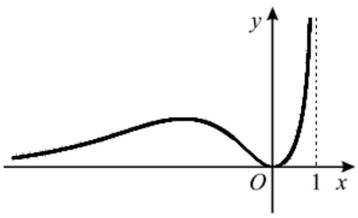
(A) 0 (B) 5 (C) 6 (D) $+\infty$

(Intermédio 2)

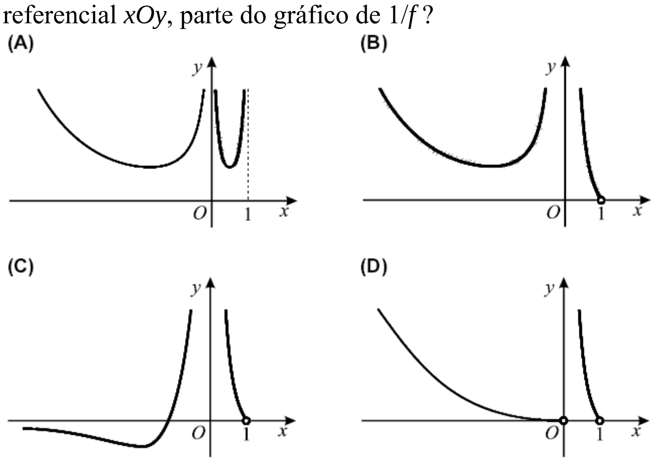
179. Na figura está representada, em referencial xOy, parte do gráfico de uma função f, de domínio $]-\infty,1[$, contínua em todo o seu domínio. Tal como a figura sugere, tem-se:

• o gráfico de f contém a origem do referencial;

• as rectas de equações $y=0$ e $x=1$ são assimptotas do gráfico de f.



Em qual das opções seguintes poderá estar representada, em referencial xOy, parte do gráfico de $1/f$?



(Intermédio 2)

180. Considere a função *f*, de domínio $\mathbb{R}$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2+2x}{x^3+x} & se \ \ x<0 \\ 2 & se \ \ x=0 \\ \dfrac{3x^2 - x\ln(x+1)}{x^2} & se \ \ x>0 \end{cases}$$

Utilizando métodos exclusivamente analíticos, averigúe se a função *f* é contínua em $x = 0$. Justifique a sua resposta.

(Intermédio 2)

181. A acidez de uma solução é medida pelo valor do seu *pH*, que é dado por $pH = -\log_{10}(x)$ onde *x* designa a concentração de iões H_3O^+, medida em *mol/dm*^{3}. Sem recorrer à calculadora, a não ser para efectuar eventuais cálculos numéricos, resolva as duas alíneas seguintes:

a) Admita que o *pH* do sangue arterial humano é 7,4. Qual é a concentração (em *mol/dm*^{3}) de iões H_3O^+, no sangue arterial humano? Escreva o resultado em notação científica, isto é, na forma $a \times 10^b$, com *b* inteiro e *a* entre 1 e 10. Apresente o valor de *a* arredondado às unidades.

b) A concentração de iões H_3O^+ no café é tripla da concentração de iões H_3O^+ no leite. Qual é a diferença entre o *pH* do leite e o *pH* do café? Apresente o resultado arredondado às décimas.

Sugestão: comece por designar por *l* a concentração de iões H_3O^+ no leite e por exprimir, em função de *l*, a concentração de iões H_3O^+ no café.

(Intermédio 2)

182. Considere, num referencial o. n. *xOy*, • a curva C, que representa graficamente a função *f*, de domínio [0,1] definida por $f(x) = e^x + 3x$; • a recta *r*, de equação $y = 5$

a) Sem recorrer à calculadora, justifique que a recta *r* intersecta a curva *C* em pelo menos um ponto.

b) Recorrendo às capacidades gráficas da sua calculadora, visualize a curva C e a recta *r*, na janela [0,1]×[0,7] (janela em que $x \in [0,1]$ e $y \in [0,7]$). Reproduza, na sua folha de teste, o referencial, a curva C e a recta *r*, visualizados na calculadora. Assinale ainda os pontos O, P e Q, em que:

• O é a origem do referencial;

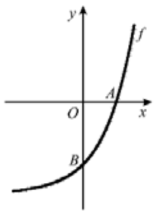
• P é o ponto de coordenadas (0,*e*);

• Q é o ponto de intersecção da curva C com a recta *r* ; relativamente a este ponto, indique, com duas casas decimais, a sua abcissa, que deve determinar com recurso à calculadora.

Desenhe o triângulo [OPQ] e determine a sua área. Apresente o resultado final arredondado às décimas. Se, em cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, duas casas decimais.

(Intermédio 2)

183. Seja *c* um número real maior do que 1. Na figura está representada uma parte do gráfico da função *f*, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $f(x) = e^x - c$.



Tal como a figura sugere

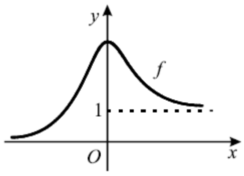
• A é o ponto de intersecção do gráfico de *f* com o eixo *Ox*

• B é o ponto de intersecção do gráfico de *f* com o eixo *Oy*

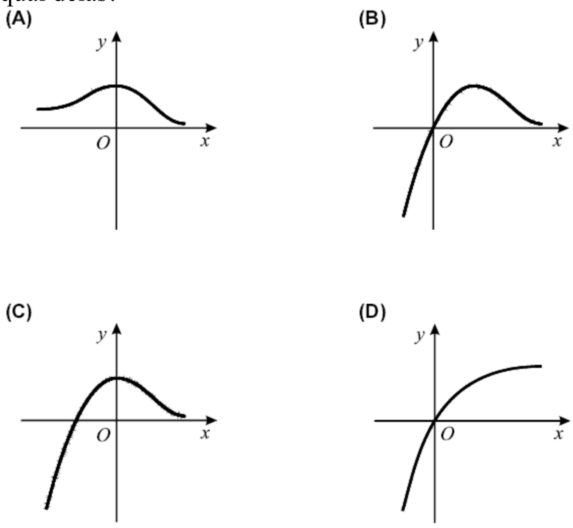
Mostre que: Se o declive da recta AB é *c* −1, então *c* =*e*

(Intermédio 2)

186. Na figura está parte da representação gráfica de uma função *f*, de domínio $\mathbb{R}$.



Tal como a figura sugere, o eixo *Ox* e a recta de equação $y = 1$ são assimptotas do gráfico de *f*. Seja *g* a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $g(x) = \ln[f(x)]$. Numa das opções seguintes está parte da representação gráfica da função *g*. Em qual delas?



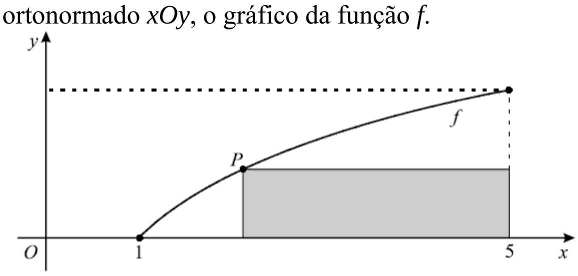
(1ªfase)

187. Seja *f* uma função de domínio $\mathbb{R}$. Sabe-se que 3 é um zero da função *f*. Seja *g* a função definida por $g(x) = f(x-1) + 4$ para qualquer número real *x*. Qual dos seguintes pontos pertence garantidamente ao gráfico da função *g* ?

(A) (2,4)   (B) (4,4)   (C) (4,8)   (D) (1,7)

(1ªfase)

188. Seja *f* a função, de domínio [1,5], definida por $f(x) = \ln x$. Na figura está representado, em referencial ortonormado *xOy*, o gráfico da função *f*.



Considere que um ponto P se desloca ao longo do gráfico de *f*. Para cada posição do ponto P, considere o rectângulo em que um dos lados está contido no eixo *Ox*, outro na recta de

equação $x = 5$ e os outros dois nas rectas vertical e horizontal que passam pelo ponto P. Exprima a área do rectângulo em função da abcissa de P, e, recorrendo à calculadora gráfica, determine a abcissa de P (aproximada às centésimas) para a qual a área do rectângulo é máxima. Apresente os elementos recolhidos na utilização da calculadora:
- o gráfico obtido; - o ponto de ordenada máxima e respectivas coordenadas.

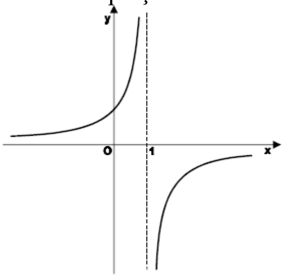
(1ªfase)

190. Considere um rectângulo cuja área é igual a 5. Qual das seguintes expressões representa o perímetro deste rectângulo, em função do comprimento, *x*, de um dos seus lados?

(A) $2x + \frac{10}{x}$ (B) $2x + \frac{2x}{5}$ (C) $2x + \frac{5}{x}$ (D) $x + \frac{5}{x}$

(2ªfase)

193. Na figura, está representada parte do gráfico de uma função *g*, real de variável real. Tal como a figura sugere, a recta de equação $x = 1$ é assimptota do gráfico da função *g*.



Seja $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ a função definida por $h(x) = x - 1$. O valor do $\lim\limits_{x \to 1} \frac{h(x)}{g(x)}$ é:

(A) $-\infty$ (B) $+\infty$ (C) 0 (D) 1

(2ªfase)

194. Considere a função *g*, definida no intervalo]1,7[por $g(x) = \frac{\operatorname{sen} x + \ln x}{x}$. <u>Recorrendo às capacidades gráficas da calculadora</u>, visualize o gráfico da função *g* e reproduza-o na sua folha de prova. <u>Com base nesse gráfico</u> e utilizando as ferramentas adequadas da sua calculadora, resolva o seguinte problema: *Seja g' a função derivada de g. O conjunto solução da inequação* $g'(x) < 0$ *é um intervalo aberto]a,b[. Determine os valores de a e de b. Apresente os resultados arredondados às centésimas.* Justifique a sua resposta.

(2ªfase)

196. Considere a função *f*, de domínio $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, definida por $f(x) = 1 - \ln(x^2)$. <u>Recorrendo a métodos exclusivamente analíticos</u>:

a) Determine os pontos de intersecção do gráfico de *f* com o eixo *Ox*

b) Estude a função quanto à monotonia e à existência de extremos relativos.

(2ªfase)

(*Testes intermédios e exames 2007/2008*)

198. Admita que uma certa população de seres vivos evolui de acordo com a seguinte <u>lei</u>: o número de indivíduos da população, *t* dias após um certo instante inicial, é dado aproximadamente por $P(t) = ae^{kt}$ $(t \in \mathbb{R}_0^+)$ em que

• *a* é o número de indivíduos da população no instante inicial (*a*>0)

• *k* é uma constante real

a) Seja *r* um número real positivo. Considere que, ao fim de *n* dias, contados a partir do instante inicial, o número de indivíduos da população é igual a *r* vezes o número de indivíduos que existiam no referido instante inicial. Mostre que se tem $k = \frac{\ln(r)}{n}$

b) Admita que, às zero horas do dia 1 do corrente mês, se iniciou, em laboratório, uma cultura de bactérias, em pequena escala, na qual se juntaram

• 500 indivíduos de uma estirpe A

• 500 indivíduos de uma estirpe B

Nunca foram introduzidos mais indivíduos destas duas estirpes nesta cultura. As condições da cultura são desfavoráveis para a estirpe A, mas são favoráveis para a estirpe B. De facto,

• decorrido exactamente um dia, a estirpe A estava reduzida a 250 indivíduos

• decorridos exactamente seis dias, a estirpe B tinha alcançado 1000 indivíduos

b_1) Quer a estirpe A, quer a estirpe B, evoluíram de acordo com a <u>lei</u> acima referida. No entanto, o valor da constante *k* para a estirpe A é diferente do valor dessa constante para a estirpe B. Utilizando a igualdade da alínea a), verifique que:

• no caso da estirpe A, o valor da constante *k*, com quatro casas decimais, é $k_A = -0{,}6931$

• no caso da estirpe B, o valor da constante 5, com quatro casas decimais, é $k_B = 0{,}1155$

b_2) Durante a primeira semana, houve um momento em que o <u>número total</u> de indivíduos destas duas estirpes, existentes na cultura, atingiu o valor mínimo. Utilizando os valores k_A e k_B referidos na alínea anterior e recorrendo às capacidades gráficas da sua calculadora, determine o <u>dia e a hora</u> em que tal aconteceu (hora arredondada às unidades). Apresente, na sua resposta:

• a expressão da função que dá o número total de indivíduos destas duas estirpes, existentes na cultura, em função do tempo;

• o gráfico dessa função, para $t \in [0, 7]$ no qual deve estar devidamente assinalado o ponto necessário à resolução do problema;

• a coordenada relevante desse ponto, arredondada às milésimas.

(Intermédio 1)

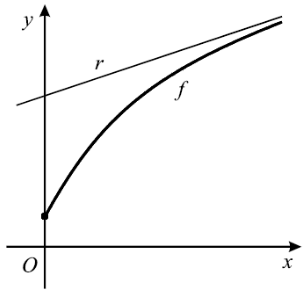
200. Na figura está representada parte do gráfico de uma função *f* de domínio $[0, +\infty[$. A recta *r*, de equação $y = \frac{1}{3}x + 2$ é assimptota do gráfico de *f*. Seja *h* a função definida em $[0, +\infty[$ por $h(x) = \frac{x}{f(x)}$.

O gráfico de h tem uma assimptota horizontal. Qual das equações seguintes define essa assimptota?

(A) $y = \frac{1}{3}$ (B) $y = \frac{1}{2}$

(C) $y = 2$ (D) $y = 3$

(Intermédio 2)



201. Seja f uma função de domínio $\mathbb{R}$, contínua no intervalo $[-2, 2]$. Tem-se $f(-2) = 1$ e $f(2) = 3$. Indique qual das expressões seguintes define uma função g, de domínio $\mathbb{R}$, para a qual o Teorema de Bolzano garante a existência de pelo menos um zero no intervalo $]-2, 2[$

(A) $g(x) = x + f(x)$ (B) $g(x) = x - f(x)$

(C) $g(x) = x^2 + f(x)$ (D) $g(x) = x^2 - f(x)$

(Intermédio 2)

202. Num lago onde não havia peixes, introduziram-se, num determinado momento, alguns peixes. Admita que, t anos depois, o número de peixes existentes no lago é dado aproximadamente por $f(t) = \frac{2000}{1+ke^{-0,13t}}$ onde k designa um número real.

a) Determine o valor de k, supondo que foram introduzidos 100 peixes no lago.

b) Admita agora que $k = 24$. Sem recorrer à calculadora, a não ser para efectuar cálculos numéricos, resolva o seguinte problema:

Ao fim de quantos anos o número de peixes no lago atinge o meio milhar? Apresente o resultado arredondado às unidades.

Nota: se, em cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, três casas decimais.

(Intermédio 2)

203. Seja f a função de domínio $[-3, 3]$ definida por

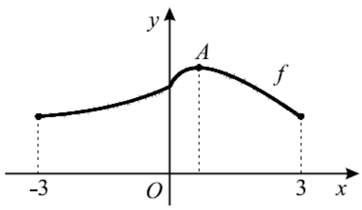
$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{e^x - 1 + x}{x} & \text{se } -3 \le x < 0 \\ 2 - x + \ln(1+3x) & \text{se } 0 \le x \le 3 \end{cases}$$

Na figura está representado o gráfico da função f

Tal como a figura sugere:

• A é o ponto do gráfico de f de ordenada máxima

• a abcissa do ponto A é positiva

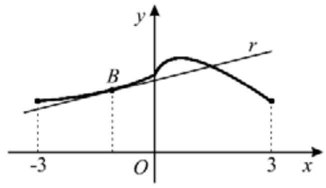


a) Utilizando métodos exclusivamente analíticos, resolva as duas alíneas seguintes:

a_1) Determine a abcissa do ponto A.

a_2) Mostre que, tal como a figura sugere, f é contínua no ponto 0.

b) Na figura está novamente representado o gráfico de f, no qual se assinalou um ponto B, no segundo quadrante. A recta r é tangente ao gráfico de f, no ponto B. Considere o seguinte problema: Determinar a abcissa do ponto B, sabendo que a recta r tem declive 0,23



Traduza este problema por meio de uma equação e, recorrendo à calculadora, resolva-a graficamente, encontrando assim um valor aproximado da abcissa do ponto B. Pode realizar algum trabalho analítico antes de recorrer à calculadora. Reproduza na sua folha de prova o(s) gráfico(s) obtido(s) na calculadora e apresente o valor pedido arredondado às centésimas.

(Intermédio 2)

205. Na figura 1, está representada parte do gráfico de uma função f de domínio $]-\infty, 2[$.

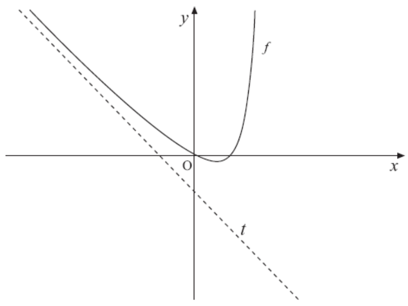


Fig. 1

A recta t, de equação $y = -x - 1$, é assimptota do gráfico de f quando x tende para $-\infty$.

Qual é o valor do $\lim_{x \to -\infty} (f(x) + x + 1)$?

(A) −1 (B) 0 (C) 1 (D) +∞

(1ª fase)

207. Considere, num referencial ortonormado xOy, os gráficos das funções f e g, de domínio [0, 3], definidas por $f(x) = \ln(x+2)$ e $g(x) = e - e^{x-1}$ (ln designa logaritmo de base e). Determine a área de um triângulo [OAB], com aproximação às décimas, recorrendo às capacidades gráficas da sua calculadora. Para construir o triângulo [OAB], percorra os seguintes passos:

• visualize as curvas representativas dos gráficos das duas funções, no domínio indicado;

• reproduza, na sua folha de respostas, o referencial e as curvas visualizadas na calculadora;

• assinale, ainda:

– a origem O do referencial; – o ponto A de intersecção do gráfico das duas funções, indicando as suas coordenadas, com aproximação às décimas; – o ponto B de intersecção do gráfico da função g com o eixo Ox.

(1ª fase)

209. Num determinado dia, um grupo de amigos decidiu formar uma associação desportiva. Admita que, t dias após a constituição da associação, o número de sócios é dado, aproximadamente, por: $N(t) = \frac{2000}{1+199e^{-0,01t}}, t \ge 0$

Resolva, usando métodos analíticos, os dois itens seguintes.

Nota: A calculadora pode ser utilizada em eventuais cálculos intermédios; sempre que proceder a arredondamentos, use aproximações às milésimas.

a) Determine $N(0)$ e $\lim_{t \to +\infty} N(t)$. Interprete os valores obtidos, no contexto do problema.

b) Ao fim de quantos dias se comemorou a inscrição do sócio número 1000?

(1ª fase)

211. Na figura 1 está representada parte do gráfico de uma função g, de domínio ℝ e contínua em □ $\setminus \{-2\}$.

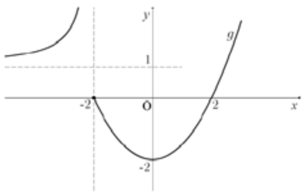


Fig. 1

As rectas de equações $x = -2$ e $y = 1$ são as únicas assimptotas do gráfico de *g*. Seja (x_n) uma sucessão tal que $\lim_{n\to+\infty} g(x_n) = +\infty$. Qual das expressões seguintes pode ser o termo geral da sucessão (x_n)?

(A) $-2 + \frac{2}{n}$ (B) $-2 - \frac{1}{n}$ (C) $1 + \frac{1}{n}$ (D) $1 - \frac{1}{n}$

(2ª fase)

213. Considere a função *f*, de domínio $]-\frac{1}{2}, +\infty[$, definida por $f(x) = \frac{\ln(2x+1)}{2x+1}$, e a função g, de domínio ℝ, definida por $g(x) = x - 2$. Indique as soluções inteiras da inequação $f(x) > g(x)$, recorrendo às capacidades gráficas da sua calculadora. Para resolver esta inequação, percorra os seguintes passos:
• visualize as curvas representativas dos gráficos das duas funções;
• reproduza, na sua folha de respostas, o referencial e as curvas visualizadas na calculadora;
• assinale, ainda, os pontos *A* e *B*, de intersecção dos gráficos das duas funções, indicando as suas coordenadas, com aproximação às décimas.

(2ª fase)

214. A massa de uma substância radioactiva diminui com a passagem do tempo. Supõe-se que, para uma amostra de uma determinada substância, a massa, em gramas, ao fim de *t* horas de observação, é dada pelo modelo matemático $M(t) = 15 \times e^{-0{,}02t}, t \geq 0$. Resolva, usando métodos analíticos, os dois itens que se seguem.
Nota: A calculadora pode ser utilizada em eventuais cálculos intermédios; sempre que proceder a arredondamentos, use três casas decimais.
a) Ao fim de quanto tempo se reduz a metade a massa inicial da amostra da substância radioactiva? Apresente o resultado em horas e minutos, estes arredondados às unidades.
b) Utilize o Teorema de Bolzano para justificar que houve, pelo menos, um instante, entre as 2 horas e 30 minutos e as 4 horas após o início da observação, em que a massa da amostra da substância radioactiva atingiu os 14 gramas.

(2ª fase)

E12 Na figura 1, está representada parte do gráfico de uma função *f* e a recta *r* de equação *y* = *x*.

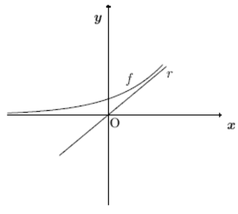
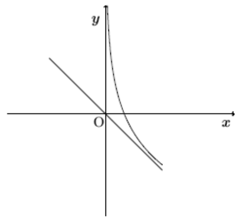


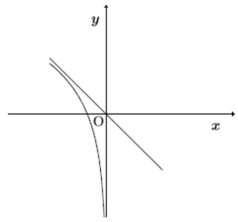
Fig. 1

Qual das figuras seguintes pode ser parte do gráfico da função f^{-1}, função inversa de *f* ?

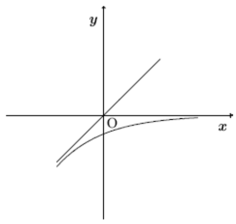
(A)



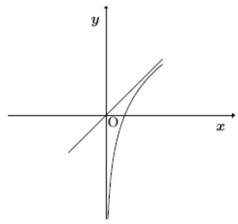
(B)



(C)



(D)



(época especial)

E13 Considere a função *f*, de domínio $\mathbb{R}\setminus\{0\}$, definida por $f(x) = \frac{e^x}{x}$.
a) Determine, recorrendo exclusivamente a métodos analíticos, a equação reduzida da recta tangente ao gráfico da função *f* no ponto de abcissa 2.
b) No intervalo]0, 5], a recta de equação *y* = 6 intersecta o gráfico da função *f* nos pontos A e B. Determine a distância de A a B, com aproximação às décimas, recorrendo às capacidades gráficas da sua calculadora. Apresente o gráfico, ou os gráficos, em que se baseou para dar a sua resposta, assinalando os pontos A e B e indicando as suas coordenadas com aproximação às décimas.

(época especial)

(*Testes intermédios e exames 2008/2009*)

217. Para um certo valor de *k*, é contínua em ℝ a função *f* definida por

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x & \text{se } x < a \\ x^2 - x + 3 & \text{se } x \geq a \end{cases}$$

Qual é o valor de *a*?
(A) –3(B) –2 (C) 2 (D) 3

(Intermédio 2)

218. Determine, sem recorrer à calculadora, o conjunto dos números reais que são soluções da inequação
$\log_2(x-1) + \log_2(13-x) \leq 5$
Apresente a sua resposta na forma de união de intervalos de números reais.

(Intermédio 2)

219. Quando uma substância radioactiva se desintegra, a sua massa, medida em gramas, varia de acordo com uma função do tipo $m(t) = ae^{bt}, t \geq 0$, em que a variável *t* designa o tempo, medido em milénios, decorrido desde um certo instante inicial. A constante real *b*, depende da substância e a constante real *a* é a massa da substância no referido instante inicial. Resolva as alíneas seguintes sem recorrer à calculadora, a não ser para efectuar cálculos numéricos.

a) O *carbono-14* é uma substância radioactiva utilizada na datação de fósseis em que esteja presente. Relativamente a um certo fóssil, sabe-se que:
• a massa de *carbono-14* nele presente, mil anos depois de um certo instante inicial, era de 2,91 g
• a massa de *carbono-14* nele presente, dois mil anos depois do mesmo instante inicial, era de 2,58 g
Tendo em conta estes dados, determine:
• o valor da constante *b*, para o *carbono-14*;
• a massa de *carbono-14* que existia no fóssil, no referido instante inicial.
Apresente os dois valores arredondados às centésimas.
Nota: se, em cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, três casas decimais.

b) O *rádio-226* é outra substância radioactiva. Em relação ao *rádio-226*, sabe-se que $b = -0{,}43$. Verifique que, quaisquer que sejam os valores de *a* e de *t*, $\dfrac{m(t+1{,}6)}{m(t)}$ é constante.
Determine o valor dessa constante, arredondado às décimas, e interprete esse valor, no contexto da situação descrita.

(Intermédio 2)

220. Seja *f* a função de domínio $\mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{3x^2-3}{x^2-2x+1} & \text{se } x<1 \\ \ln(x)-e^{1-x} & \text{se } x\geq 1 \end{cases}$$

a) Sem recorrer à calculadora, estude a função *f* quanto à existência de assimptotas do seu gráfico, paralelas aos eixos coordenados. Indique uma equação para cada assimptota encontrada.

b) Na figura 2 está representada, em referencial o.n. *xOy*, parte do gráfico da função *f*. O rectângulo [*ABCD*] tem dois vértices no eixo *Ox*, estando os outros dois no gráfico de *f*. O ponto *A* tem abcissa –2.

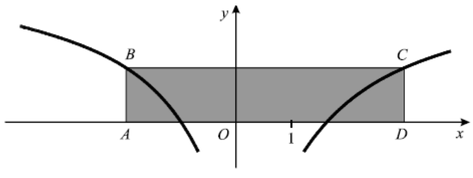


Figura 2

Determine a área do rectângulo [*ABCD*].
Nota: Na resolução deste problema vai necessitar de determinar a abcissa do ponto *C*. Para tal, utilize as capacidades gráficas da sua calculadora. Reproduza na sua folha de prova a parte do gráfico de *f* que visualizou, bem como a recta *BC*. Assinale também o ponto *C* e apresente a sua abcissa arredondada às centésimas. Apresente a área pedida igualmente arredondada às centésimas.

(Intermédio 2)

221. De uma função *f* de domínio [1,2] sabe-se que:
• *f* é contínua em todo o seu domínio
• $\forall x \in [1,2], f(x) < 0$
• $f(1) = 3f(2)$
Seja *g* a função de domínio [1,2] definida por
$g(x) = 2f(x) - f(1)$
Prove que a função *g* tem pelo menos um zero.

(Intermédio 2)

224. De uma função *f*, de domínio $\mathbb{R}$, sabe-se que a sua derivada, $f\,'$, é definida por $f\,' = (2x+4)e^x$
Resolva os dois itens seguintes, sem recorrer à calculadora.

a) Seja *A* o ponto de intersecção do gráfico de *f* com o eixo das ordenadas. Sabe-se que a ordenada deste ponto é igual a 1. Determine a equação reduzida da recta tangente ao gráfico de *f* no ponto *A*.

b) Estude a função *f* quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e quanto à existência de pontos de inflexão.

(Intermédio 3)

225. Considere a função *g*, de domínio $[-\frac{1}{2}, +\infty[$, definida por

$$g(x) = \begin{cases} 2x + \ln(1+x-x^2) & se \quad -\frac{1}{2} \leq x < 1 \\ 2 & se \quad x = 1 \\ \dfrac{x-1}{\sqrt{x}-1} & se \quad x > 1 \end{cases}$$

a) Verifique se a função *g* é contínua em *x* = 1, sem recorrer à calculadora.

b) Recorrendo às capacidades gráficas da sua calculadora, determine o valor de *x* pertencente ao intervalo $[-\frac{1}{2}, 1[$ tal que $g(x) = -2 + g(4)$. Indique o valor pedido arredondado às décimas e apresente o(s) gráfico(s) visualizado(s) na calculadora.

(Intermédio 3)

227. Sejam f e g duas funções, ambas de domínio $\mathbb{R}^+$. Sabe-se que: • $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x) - 2x) = 0$;
• a função g é definida por $g(x) = f(x) + x^2$.
Prove que o gráfico de g não tem assimptotas oblíquas.

(1ª fase)

229. Sejam as funções f e h, de domínios]1, +∞[e]–∞, 2[, respectivamente, definidas por $f(x) = \log_2(x-1)$ e por $h(x) = \log_2(2-x)$. Determine, recorrendo a métodos exclusivamente analíticos, o conjunto solução da condição $f(x) \geq 1 + h(x)$. Apresente o resultado sob a forma de intervalo real.

(1ª fase)

234. Considere a função h, de domínio $\mathbb{R}$, definida por

$$h(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2+4} - x & \text{se } x > 0 \\ 2 & \text{se } x = 0 \\ \dfrac{e^{2x}-1}{x} & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

Resolva, recorrendo a métodos exclusivamente analíticos, os dois itens seguintes.

a) Estude a continuidade de h no domínio $\mathbb{R}$.

b) Estude a função h quanto à existência de assimptotas do seu gráfico paralelas aos eixos coordenados e, caso existam, escreva as suas equações.

(2ª fase)

$\boxed{E20}$ Admita que a magnitude, M, de um sismo é dada, na escala de Richter, por $M = 0,67\log E - 3,25$ sendo E a energia, em joules, libertada por esse sismo. Resolva, recorrendo exclusivamente a métodos analíticos, os dois itens seguintes.
Nota: A calculadora pode ser utilizada em eventuais cálculos numéricos; sempre que proceder a arredondamentos, use duas casas decimais.

a) Sejam E_1 e E_2 as energias libertadas por dois sismos de magnitudes M_1 e M_2, respectivamente. Determine $\frac{E_1}{E_2}$, com aproximação às unidades, sabendo que $M_1 - M_2 = 1$. Interprete o valor obtido no contexto da situação apresentada.

b) O sismo que ocorreu nos Açores, no dia 1 de Abril de 2009, teve magnitude 4,7, na escala de Richter. Qual foi a energia libertada nesse sismo? Escreva o resultado em notação científica, isto é, na forma $a \times 10^b$, sendo b um número inteiro, e a um número entre 1 e 10. Apresente o valor de a arredondado às unidades.

(época especial)

(*Testes intermédios e exames 2009/2010*)

236. Qual é o valor de $\log_5\left(\frac{5^{1000}}{25}\right)$?

(A) 40 (B) 500 (C) 975 (D) 998

(Intermédio 1)

237. Seja g a função, de domínio $[0,+\infty[$, definida por

$$g(x) = \begin{cases} 3^x - \sqrt{x} & se \quad 0 \le x < 2 \\ x - 5 + \log_2(x-1) & se \quad x \ge 2 \end{cases}$$

Em qual dos intervalos seguintes o Teorema de Bolzano permite garantir a existência de pelo menos um zero da função g?

(A)]0,1[(B)]1,3[(C)]3,5[(D)]5,9[

(Intermédio 1)

238. Na figura 1, está representada parte do gráfico de uma função f, de domínio $\mathbb{R}^+$

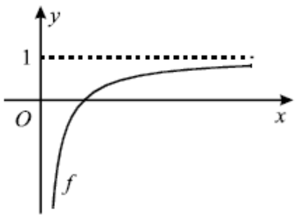


Figura 1

Tal como a figura sugere, a recta de equação $y = 1$ é assimptota do gráfico de f. Indique o valor de

$$\lim_{x\to+\infty}\left[\frac{\ln(x)}{x} - f(x)\right]$$

(A) –1 (B) 0 (C) 1 (D) +∞

(Intermédio 1)

239. Na figura 2, está representada parte do gráfico de uma função h, de domínio $\mathbb{R}$. Seja (u_n) a sucessão de termo geral $u_n = h\left(4 - \frac{1000}{n}\right)$. Qual é o valor de $\lim(u_n)$?

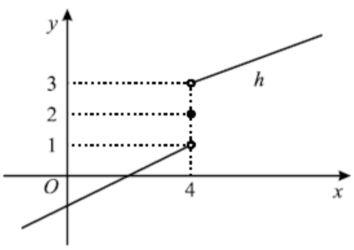


Figura 2

(A) –∞ (B) 1 (C) 2 (D) 3

(Intermédio 1)

240. Seja f a função, de domínio $\mathbb{R}^+$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x-2}{x-\sqrt{2x}} & se \quad 0 < x < 2 \\ x\,e^{-x} + x + 1 & se \quad x \ge 2 \end{cases}$$

Resolva, usando exclusivamente métodos analíticos, os itens a) e b)

a) Averigúe se a função f é contínua em $x = 2$

b) O gráfico da função f tem uma assimptota oblíqua. Determine a equação reduzida dessa assimptota.

c) Seja g a função, de domínio $\mathbb{R}^+$, definida por $g(x) = 3 + \ln(x)$. A equação $f(x) = g(x)$ tem exactamente duas soluções. Determine essas soluções, utilizando as capacidades gráficas da sua calculadora. Apresente as soluções arredondadas às centésimas. Apresente os gráficos que obteve na calculadora e assinale os pontos relevantes.

(Intermédio 1)

241. Numa certa região, uma doença está a afectar gravemente os coelhos que lá vivem. Em consequência dessa doença, o número de coelhos existentes nessa região está a diminuir. Admita que o número, em milhares, de coelhos que existem nessa região, t semanas após a doença ter sido detectada, é dado aproximadamente por $f(t) = \frac{k}{3-2e^{-0,13t}}$

(k designa um número real positivo)

Resolva, usando exclusivamente métodos analíticos, os dois itens seguintes.
Nota: a calculadora pode ser utilizada em cálculos numéricos; sempre que, em cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, quatro casas decimais.

a) Suponha que $k = 10$. Ao fim de quantos dias, após a doença ter sido detectada, é que o número de coelhos existentes na referida região é igual a 9000?

b) Admita agora que o valor de k é desconhecido. Sabe-se que, durante a primeira semana após a detecção da doença, morreram dois mil coelhos e não nasceu nenhum. Determine o valor de k, arredondado às décimas.

(Intermédio 1)

244. Seja a um número real diferente de zero. Qual é o valor de $\lim_{x\to+\infty}\frac{e^{ax}-1}{ax^2+a^2x}$?

(A) $\frac{1}{a}$ (B) $\frac{1}{2a}$ (C) 0 (D) +∞

(Intermédio 2)

245. Considere a função f, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $f(x) = 3 + 4x^2e^{-x}$. Resolva os itens seguintes, usando exclusivamente métodos analíticos.

a) Mostre que o gráfico da função f tem uma única assimptota e escreva uma equação dessa assimptota.

b) Mostre que a função f tem um único mínimo relativo e determine-o.

c) Seja g a função, de domínio $\mathbb{R}\setminus\{0\}$, definida por $g(x) = x + \ln[f(x) - 3]$. Determine os zeros da função g

(Intermédio 2)

246. Na Figura 1, está representada, num referencial o.n. xOy , parte do gráfico de uma função afim f , de domínio $\mathbb{R}$. Seja h a função definida por $h(x) = f(x) + e^x$

Em qual das opções seguintes pode estar representada parte do gráfico da função h'', segunda derivada de h ?

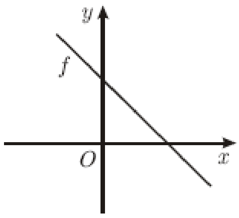
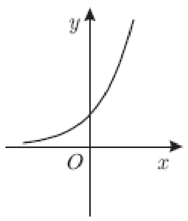
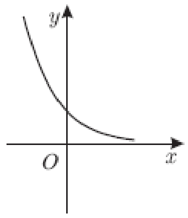


Figura 1

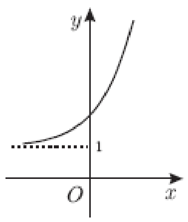
(A)



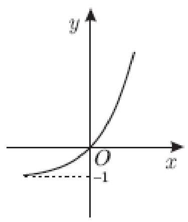
(B)



(C)



(D)



(1ª fase)

248. Seja g a função, de domínio $]-2,+\infty[$, definida por $g(x) = \ln(x + 2)$. Considere, num referencial o.n. xOy , um triângulo [OAB] tal que:

• O é a origem do referencial;
• A é um ponto de ordenada 5;
• B é o ponto de intersecção do gráfico da função g com o eixo das abcissas.

Qual é a área do triângulo [OAB]?

(A) $\frac{5}{2}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{5\ln 2}{2}$ (D) $\frac{\ln 2}{2}$

(1ª fase)

249. Na Internet, no dia 14 de Outubro de 2009, pelas 14 horas, colocaram-se à venda todos os bilhetes de um espectáculo. O último bilhete foi vendido cinco horas após o início da venda.

Admita que, t horas após o início da venda, o número de bilhetes vendidos, em centenas, é dado, aproximadamente, por $N(t) = 8\log_4(3t + 1)^3 - 8\log_4(3t + 1),\ t \in [0, 5]$

Resolva os dois itens seguintes, recorrendo a métodos exclusivamente analíticos.

a) Mostre que $N(t) = 16\log_4(3t + 1)$, para qualquer $t \in [0, 5]$

b) Determine quanto tempo foi necessário para vender 2400 bilhetes. Apresente o resultado em horas e minutos. Se utilizar a calculadora em eventuais cálculos numéricos, sempre que proceder a arredondamentos, use três casas decimais, apresentando os minutos arredondados às unidades.

(1ª fase)

251. Considere a função f , de domínio $]-\infty,2\pi]$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} ax + b + e^x & \text{se } x \leq 0 \\ \dfrac{x - \operatorname{sen}(2x)}{x} & \text{se } 0 < x \leq 2\pi \end{cases} \quad \text{com } a, b \in \mathbb{R}$$

Resolva os dois itens seguintes, recorrendo a métodos exclusivamente analíticos.

a) Prove que a recta de equação $y = ax + b$, com $a \neq 0$, é uma assimptota oblíqua do gráfico de f

b) Determine o valor de b , de modo que f seja contínua em x = 0

(1ª fase)

255. Considere a função f , de domínio $]0, +\infty[$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{e^x - 3x}{x} & \text{se } 0 < x \leq 2 \\ \dfrac{1}{5}x - \ln x & \text{se } x > 2 \end{cases}$$

Resolva os itens a) e b), recorrendo a métodos exclusivamente analíticos.

a) Estude a função f quanto à existência de assimptotas oblíquas.

b) Mostre que a função f tem um extremo relativo no intervalo $]2, +\infty[$

c) Determine a área do triângulo [ABC], recorrendo às capacidades gráficas da sua calculadora.

Sabe-se que:

• A, B e C são pontos do gráfico da função f
• A e B são os pontos cujas abcissas são as soluções, no intervalo $]0, 2]$, da equação $f(x) = f(15)$
• C é o ponto cuja ordenada é o mínimo da função f , no intervalo $]0, 2]$, e cuja abcissa pertence ao intervalo $]0, 2]$

Na sua resposta, deve:

• reproduzir o gráfico da função, ou os gráficos das funções, que tiver necessidade de visualizar na calculadora, devidamente identificado(s), incluindo o referencial;
• indicar as coordenadas dos pontos A, B e C, com arredondamento às centésimas;
• apresentar o resultado pedido, com arredondamento às décimas.

(2ª fase)

256. Considere a função f , de domínio $\mathbb{R}$, definida por $f(x) = -x + e^{2x^3-1}$. Resolva os dois itens seguintes, recorrendo a métodos exclusivamente analíticos.

a) Mostre que $f(x) = 1{,}5$ tem, pelo menos, uma solução em $]-2,-1[$. Se utilizar a calculadora em eventuais cálculos numéricos, sempre que proceder a arredondamentos, use três casas decimais.

b) Determine a equação reduzida da recta tangente ao gráfico de f no ponto de abcissa $x = 0$

(2ª fase)

$\boxed{\text{E22}}$ Considere a função h, de domínio $\mathbb{R}^+$, e a recta de equação $y = -4$, assimptota do gráfico de h. Qual é o valor de

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\ln\left(\frac{1}{2x}\right)}{h(x)} \ ?$$

(A) $-\infty$ (B) $+\infty$ (C) -4 (D) 0

(época especial)

$\boxed{\text{E24}}$ Seja uma função f , de domínio $\mathbb{R}^+$, e seja a recta de equação $y = 1$ a única assimptota do gráfico de f. Considere a função g , de domínio $\mathbb{R}^+$, definida por $g(x) = f(x) + x$

Prove que o gráfico de g tem uma assimptota oblíqua paralela à bissectriz dos quadrantes ímpares.

(época especial)

$\boxed{\text{E25}}$ Considere a função h, de domínio $\mathbb{R}$, definida por

$$h(x) = \begin{cases} \dfrac{e^{2x} - e^{x}}{x} & \text{se } x > 0 \\ \ln(x^2+1) & \text{se } x \le 0 \end{cases}$$

Resolva os dois itens seguintes, recorrendo a métodos exclusivamente analíticos.

a) Estude a continuidade da função h em $x = 0$

b) Resolva, no intervalo $]-\infty,0]$, a inequação $h(x)>h(-4)$

(época especial)

(*Testes intermédios e exames 2010/2011*)

258. Determine, sem recorrer à calculadora, o conjunto dos números reais que são soluções da inequação

$\log_3 (7x+6) \geq 2 + \log_3 (x)$

Apresente a sua resposta usando a notação de intervalos de números reais.

(Intermédio 1)

259. Na década de sessenta do século passado, uma doença infecciosa atacou a população de algumas regiões do planeta. Admita que, ao longo dessa década, e em qualquer uma das regiões afectadas, o número, em milhares, de pessoas que estavam infectadas com a doença, t anos após o início de 1960, é dado, aproximadamente, por

$I(t) = \dfrac{3e^{kt}}{1+pe^{kt}}$ em que k e p são parâmetros reais.

Resolva os dois itens seguintes sem recorrer à calculadora, a não ser para efectuar cálculos numéricos.

a) Admita que, para uma certa região, $k = \frac{1}{2}$ e $p = 1$.

Determine o ano em que o número de pessoas que estavam infectadas, nessa região, atingiu 2500.

Nota – Sempre que, nos cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, três casas decimais.

b) Numa outra região, constatou-se que havia um milhar de pessoas que estavam infectadas no início de 1961. Qual é, para este caso, a relação entre k e p ? Apresente a sua resposta na forma $k = -\ln(A + Bp)$, em que A e B são números reais.

(Intermédio 1)

260. Seja f uma função, de domínio $\mathbb{R}$, contínua no intervalo $[-1,4]$. Tem-se $f(-1)=3$ e $f(4)=9$.

Em qual das opções seguintes está definida uma função g, de domínio $\mathbb{R}$, para a qual o teorema de Bolzano garante a existência de pelo menos um zero no intervalo $]-1,4[$?

(A) $g(x)= 2x + f(x)$ (B) $g(x)= 2x - f(x)$

(C) $g(x)= x^2 + f(x)$ (D) $g(x)= x^2 - f(x)$

(Intermédio 2)

261. Na Figura 1, está o gráfico de uma função f cujo domínio é o intervalo $]1,3[$. A função f tem primeira derivada e segunda derivada finitas em todos os pontos do seu domínio. Seja $x\in]1,3[$. Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

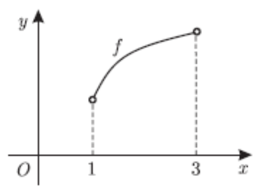


Figura 1

(A) $f'(x) > 0 \wedge f''(x) > 0$ (B) $f'(x) < 0 \wedge f''(x) > 0$

(C) $f'(x) > 0 \wedge f''(x) < 0$ (D) $f'(x) < 0 \wedge f''(x) < 0$

(Intermédio 2)

264. Na Figura 2, está representada, num referencial o. n. xOy , parte do gráfico de uma função polinomial f de grau 3, de domínio $\mathbb{R}$

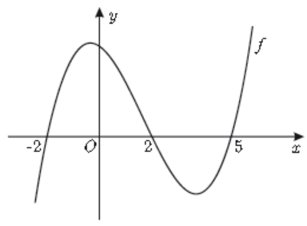


Figura 2

Sabe-se que:

• -2, 2 e 5 são zeros de f

• f' representa a função derivada de f

Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

(A) $f'(0) \times f'(6) = 0$ (B) $f'(-3) \times f'(6) < 0$

(C) $f'(-3) \times f'(0) > 0$ (D) $f'(0) \times f'(6) < 0$

(1ª fase)

266. Considere a função f , de domínio $\mathbb{R}$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{3}{x-1} & \text{se } x < 1 \\ \dfrac{2+\ln x}{x} & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$$

a) O gráfico de f admite uma assimptota horizontal. Seja P o ponto de intersecção dessa assimptota com a recta tangente ao gráfico de f no ponto de abcissa *e*. Determine as coordenadas do ponto P recorrendo a métodos exclusivamente analíticos.

b) Existem dois pontos no gráfico de f cujas ordenadas são o cubo das abcissas. Determine as coordenadas desses pontos recorrendo à calculadora gráfica. Na sua resposta, deve:

• equacionar o problema;
• reproduzir o gráfico da função ou os gráficos das funções que tiver necessidade de visualizar na calculadora, devidamente identificado(s), incluindo o referencial;
• assinalar esses pontos;
• indicar as coordenadas desses pontos com arredondamento às centésimas.

(1ª fase)

267. Na Figura 6, está representada, num referencial o. n. xOy , parte do gráfico da função g. Sabe-se que:

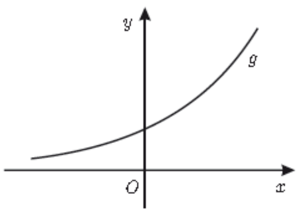
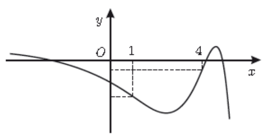


Figura 6

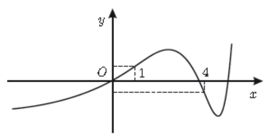
• g é uma função contínua em $\mathbb{R}$
• g não tem zeros
• a segunda derivada, f ´´, de uma certa função f tem domínio $\mathbb{R}$ e é definida por $f''(x) = g(x) \times (x^2 - 5x + 4)$
• $f(1) \times f(4) > 0$

Apenas uma das opções seguintes pode representar a função f

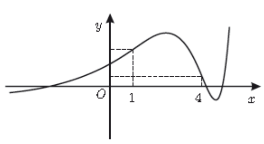
I



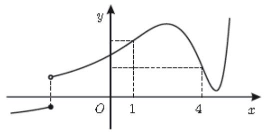
II



III



IV



Elabore uma composição na qual:

• indique a opção que pode representar f
• apresente as razões que o levam a rejeitar as restantes opções

Apresente três razões, uma por cada gráfico rejeitado.

(1ª fase)

269. Na estufa de um certo jardim botânico, existem dois lagos aquecidos, o lago A e o lago B. Às zero horas do dia 1 de Março de 2010, cada lago recebeu uma espécie diferente de nenúfares, a saber, *Victoria amazonica* e *Victoria cruziana*.

$N_A(t)$ é o número aproximado de nenúfares existentes no lago A, *t* dias após as zero horas do dia 1 de Março de 2010. Esses nenúfares são da espécie *Victoria amazonica* e desenvolvem-se segundo o modelo $N_A(t) = \dfrac{120}{1+7\times e^{-0,2t}}$ com $t \geq 0$

$N_B(t)$ é o número aproximado de nenúfares existentes no lago B, *t* dias após as zero horas do dia 1 de Março de 2010. Esses nenúfares são da espécie *Victoria cruziana* e desenvolvem-se segundo o modelo $N_B(t) = \dfrac{150}{1+50\times e^{-0,4t}}$ com $t \geq 0$

Resolva os dois itens seguintes recorrendo a métodos exclusivamente analíticos.

a) Como foi referido, às zero horas do dia 1 de Março de 2010, o lago A recebeu um certo número de nenúfares da espécie *Victoria amazonica*. Decorridos 7 dias, esse número aumentou. Determine de quanto foi esse aumento.
Apresente o resultado com arredondamento às unidades.

b) Determine quantos dias foram necessários, após as zero horas do dia 1 de Março de 2010, para que o número de nenúfares existentes no lago A fosse igual ao número de nenúfares existentes no lago B. Apresente o resultado com arredondamento às unidades.

(2ª fase)

270. Considere a função f , de domínio $[0, +\infty[$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{e^{2x}-1}{x-2} & \text{se } 0 \leq x < 2 \\ \dfrac{x+1}{\ln(x+1)} & \text{se } x \geq 2 \end{cases}$$

Resolva os três itens seguintes recorrendo a métodos exclusivamente analíticos.

a) Estude f quanto à existência de assimptotas verticais do seu gráfico.

b) Mostre, sem resolver a equação, que f (x) = -3 tem, pelo menos, uma solução em $]0, \frac{1}{2}[$

c) Estude f quanto à monotonia em $]2, +\infty[$

(2ª fase)

E26 Considere a função f , de domínio $]0, +\infty[$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} e^x - 1 & \text{se } 0 < x \leq 2 \\ \dfrac{4}{x} + 1 & \text{se } x > 2 \end{cases}$$

Seja (u_n) uma sucessão de números reais, de termos positivos, tal que $\lim f(u_n) = 3$. Qual das expressões seguintes pode definir o termo geral da sucessão (u_n)?

(A) $2 - \frac{1}{n}$ (B) $2 + \frac{1}{n}$ (C) $3 - \frac{1}{n}$ (D) $3 + \frac{1}{n}$

(1ª fase especial)

E28 Sejam f e g duas funções deriváveis em $\mathbb{R}$. Sabe-se que:

• $f(1) = f'(1) = 1$
• $g(x) = (2x-1) \times f(x)$, para todo o valor real de *x*

Qual é a equação reduzida da recta tangente ao gráfico de g no ponto de abcissa 1 ?

(A) y = 3x – 2 (B) y = 3x + 4
(C) y = 2x – 1 (D) y =–3x + 2

(1ª fase especial)

$\boxed{\text{E31}}$ Na Figura 5, está representada, num referencial o. n. xOy, parte do gráfico da função f , de domínio]–∞, 6[, definida por $f(x) = 2 + 15\ln(3 - \frac{1}{2}x)$. Considere que um ponto C se desloca ao longo do gráfico de f , e que C tem coordenadas positivas. Para cada posição do ponto C, considere o rectângulo [OACB], em que o ponto A pertence ao eixo das abcissas e o ponto B pertence ao eixo das ordenadas.

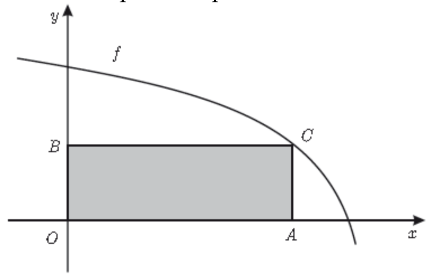


Figura 5

Determine, recorrendo à calculadora gráfica, a abcissa do ponto A para a qual a área do rectângulo [OACB] é máxima.
Na sua resposta, deve:

• escrever a expressão que dá a área do rectângulo [OACB] em função da abcissa do ponto A;
• reproduzir o gráfico da função ou os gráficos das funções que tiver necessidade de visualizar na calculadora, devidamente identificado(s), incluindo o referencial;
• indicar a abcissa do ponto A com arredondamento às centésimas.

(1ª fase especial)

$\boxed{\text{E34}}$ Para um certo valor real de *k*, admita que a quantidade de combustível, em litros, existente no depósito de uma certa máquina agrícola, *t* minutos após ter começado a funcionar, é dada aproximadamente por

$Q(t) = 12 + \log_3(81 - kt^2)$ com $t \in [0,20]$. Considere que essa máquina agrícola funcionou durante 20 minutos e que, nesse período de tempo, consumiu 2 litros de combustível. Determine o valor de *k* recorrendo a métodos exclusivamente analíticos.

(época especial)

$\boxed{\text{E35}}$ Considere a função f , de domínio ℝ, definida por

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x+1}{1-e^{x+1}} + 1 & \text{se } x \neq -1 \\ a+2 & \text{se } x = -1 \end{cases}$$

(*a* é um número real.)
Resolva os dois itens seguintes recorrendo a métodos exclusivamente analíticos.

a) Determine *a* sabendo que f é contínua em x = –1
b) Seja f ´ a primeira derivada de f. Mostre, sem resolver a equação, que $f'(x) = \frac{1}{4}$ tem, pelo menos, uma solução em]0, 1[. Se utilizar a calculadora em eventuais cálculos numéricos, sempre que proceder a arredondamentos, use duas casas decimais.

(época especial)

Soluções: 1. B 2. A 3.C 4. D 5. B 6. B 7. D 8. B; D 9. 10; 25m10d; 4,54c/m; 6,99 e 1,30
10. C 11. A 12. -2; 901; 0,01log*e* 13. C 14. C 15. B 16. 0,5 e 4; 7/4; 5,7
17. C 18. D 19. 70^0; y=20; 20^0; verd.; 2’38’’ 20. B 21. C 22. C 23. C 24. D 25. C 26. A
27. y=0; 28 e 0,074 28. D 29. D 30. D 31. 22,2m; 10m 32. D 33. A 34. D 35. D 36. x=32
37. C 38. D 39. A 40. y=x-1; sim; p.inf. p/ x=1 41. D 42. A 43. A 44. 9,1 45. A 46. C 47. D
48. D 49. 12h20min 50. B 51. D 52. C 53. B 55. B 56. D 57. A 58. C 59. 3,2 km/s
60. C 61. D 62. C 63. A 64. Sim 65. A 66. C 67. C 68. A 69. 1,5 70. D 71. A
72. B 73. y=x; 2 p.i. em x=-4 e x=-1 75. B 76. A 77. B 78. B 79. mín em x=2; x=2; x=1 e y=0
80. C 81. B 82. D 83. 76; 5,8 84. B 85. C 86. D 87. f cresc. e y=5 ass. hor. 88. C 89. D
90. A 91. C 92. x=0; min para x=2/3; 2,3 93. D 94. A 95. B 96. B 97. 33; 0,38 99. C 100. D
101. A 102. B 103.1,1; 22h38m 105. B 106. B 107. C 108. B 109. 0,05; 2h19m; Carlos,Ana 110.C 111. A
112. B 113. 100 115. C 116. B 117. A 118. $\sqrt[3]{2}$ 120. A 121. D 122. B 123. D 124. 0,8; 1H43’ 126. C
127. D 128. B 129. A 130. 5,4; dec [0,5] e cresc [5,10] 131. 1,2 132. C 133. B 134. A 135. 9,8; 1837
136 B 137. C 138. B 139. C 140. 1 141. C 142. B 143. A 144. $y=x+e-2$; $y=0$; 0,15 e 2,27 146. D 147. A
148. C 149. 0; 7,58 150. - ½ ; 1/e 151. D 152. D 153. C 154. 7,97; 3,07 155. B
156. A 157. B 158.A 159. D 160. 3,42 e 4,96 161. x=0 e y=0 162. d 164. A 165. C 166. C 167. C 168. 1/*e*
170. 3,37; 0,63 171. A 172. A 173. C 174. x=1; 10/3 176. B 177. B 178. C 179. B 180. é contínua
181. 4×10^{-8} e 0,5 182. 1,2 184. D 185. D 186. C 187. B 188. 2,57 189. 0,03; *I* decresc.; assimp. *y*=0
190. A 191. C 192. D 193. C 194. 1,36 e 4,61 195. 3 e 2 196. ($\sqrt{e}$,0) e (-$\sqrt{e}$,0); *f* não tem extremos
197. C 198. 5h,dia3 199. C 200. D 201. A 202. 19; 16 203. 2/3; –1,23 204. D 205. B 206. C 207. 1,2
208. 4 209. 10 e 2000; 529 ou 530 210. A 211. B 212. B 213. 0, 1 e 2 214. 34h39min 215. A 216. D
217. A 218.]1,5]∪[9,13[219. 3,28; 0,5 220. *x*=1 e *y*=3; 5,08 222. A 223. B 224. y=4x+1; -3 225. É; 0,4
226. C 228. (0,3;0,6) 229. [5/3,2[230. 0; 12h20’ 231. B 232. C 233. D 234. É cont; y=0 235. 2,47; 6,05
236. D 237. C 238. A 239. B 240. Não; y=x+1; 0,72 e 2,91 241. 3; 10,2 242. D 243. C 244. A 245. y=3; 3; -1/2 e 1/2
246. A 247. C 248. A 249. 2h20’ 250. 0,57 251. –2 252. A 253. D 254. C 255. Não há; para x=5; 0,4
256. y=–x+1/e 257. C 258.]0,3] 259. 1963; k=–ln(3–p) 260. D 261. C 262. C 263. B 264. D 265. 13h20
266. (5e/2,0);(-1,12;-1,41) e (1,22;1,80) 267. III 268. D 269. 29; 8 270. Não há; crescente

E1. C E2. D E3. A E4. B E5. 29,7; –15 E7. B E8. D E9. A
E10. x=1 e y=0; decrescente; ±0,37 E11. A E12. D E13. $y=-e^2/4\,x+e^2$; 2,6 E14. 0 E15. 73 e 25; 29’28’’ E16. D
E17. B E18. 4 E19. y=1 E20. 31; 7×10^{11} E21. C E22. B E23. A E25. cont. esq.;]–∞,–4[E26. B E27.D
E28. A E29. $6{,}26\times10^{19}$ E30. 0; y=3 E31. 2,47 E32. C E33. D E34. 0,18 E35. -2

O professor: RobertOliveira