Escola Básica e Secundária Dr. Ângelo Augusto da Silva

Resumo do 5.º mini-teste e 6.º teste de Matemática B

12.º ano

1. *"Para mim, ele parecia ver a resina sangrar dos troncos dos pinheiros e o círculo de brilho no céu onde o Sol ficava sufocado pelas nuvens."*

MEMÓRIAS DE UMA GUEIXA, Arthur Golden

Suponha que o número de pinheiros (em milhares) numa certa floresta variou segundo a função f definida por $f(t) =$, após t anos.

Suponha ainda que o valor de $t = 0$ corresponde ao início de 1990.

1.1. Segundo este modelo, quantos pinheiros havia, aproximadamente, no início de 1986?

1.2. Calcule a taxa de variação média da função f no intervalo $[0,6]$, apresentando o resultado arredondado às centésimas. Interprete o valor obtido, no contexto do problema.

Nota: se usar arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve, pelo menos, uma casa decimal.

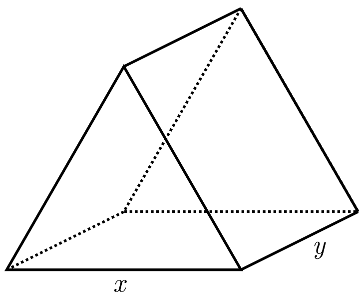
1.3. A que velocidade estava o número de pinheiros a aumentar em 2002? Apresente o resultado arredondado às centésimas.

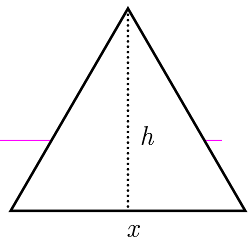
1.4. Em que altura houve 4500 pinheiros? Apresente o ano e o mês.

Nota: se usar arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve, pelo menos, três casas decimais.

2. Uma empresa pretende construir um afiador em forma de um prisma triangular regular. O volume do espaço interior tem de ser igual a $60\ cm^3$.

As figuras ao lado representam o prisma e uma das suas bases triangulares. Designando por x o lado do triângulo, determine o valor de x para o qual se gasta a menor quantidade possível de material para construir o afiador. Apresente o valor pedido, arredondado às centésimas.





Percorra sucessivamente as seguintes etapas:

- *Designando por h a altura do triângulo (base do prisma), mostre que $h =$*
- *Designando por y a altura do prisma e usando a fórmula do volume de um prisma, mostre que $y =$*
- *Mostre que a área da superfície do prisma é dada pela função definida por $A(x) =$*
- *Usando a calculadora gráfica, responda à questão colocada.*

1. *"Uma observação cuidada do pinheiro «queixoso» revelou-me dois olhos pequenos, redondos e brilhantes, espreitando de um ramo a cerca de um terço da altura do tronco."*

RINGO, O LARÁPIO, Robert Franklin Leslie

Suponha que o número de pinheiros (em milhares) numa certa floresta variou segundo a função f definida por $f(t) =$, após t anos.

Suponha ainda que o valor de $t = 0$ corresponde ao início de 1990.

1.1. Segundo este modelo, quantos pinheiros havia, aproximadamente, no início de 1984?

1.2. Calcule a taxa de variação média da função f no intervalo $[0,6]$, apresentando o resultado arredondado às centésimas. Interprete o valor obtido, no contexto do problema.

Nota: se usar arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve, pelo menos, uma casa decimal.

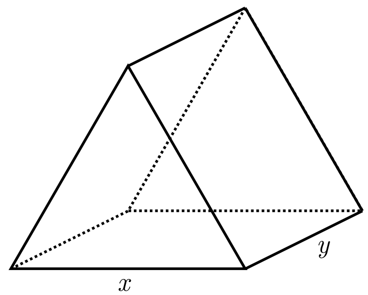
1.3. A que velocidade estava o número de pinheiros a diminuir em 2002? Apresente o resultado arredondado às centésimas.

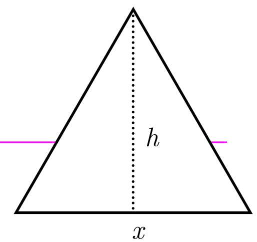
1.4. Em que altura houve 5800 pinheiros? Apresente o ano e o mês.

Nota: se usar arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve, pelo menos, três casas decimais.

2. Uma empresa pretende construir um afiador em forma de um prisma triangular regular. A área da superfície do afiador tem de ocupar uma área igual a $100\ cm^2$.

As figuras ao lado representam o prisma e uma das suas bases triangulares. Designando por x o lado do triângulo, determine o valor de x para o qual se obtém o maior volume possível. Apresente o valor pedido, arredondado às centésimas.





Percorra sucessivamente as seguintes etapas:

- *Designando por h a altura do triângulo (base do prisma), mostre que $h =$*
- *Designando por y a altura do prisma e usando a fórmula da área da superfície de um prisma, mostre que*
  $y =$
- *Mostre que o volume do prisma é dado pela função definida por $V(x) =$*
- *Usando a calculadora gráfica, responda à questão colocada.*

1. "*Os seus olhos atentos tinham detectado qualquer coisa um pouco a norte – dois pequenos triângulos negros. Tendas...*"

ESAÚ, Philip Kerr

Uma empresa fabrica tendas amarelas e verdes. Para poder vender em grande quantidade numa feira destinada a revendedores, os representantes vão dividir as 192 tendas amarelas e 112 verdes em dois tipos de conjuntos:

Conjunto A:

- será composto por 16 tendas amarelas e 8 verdes;
- será vendido a 1500 euros.

Conjunto B:

- será composto por 8 tendas de cada cor;
- será vendido a 1000 euros.

1.1. Averigúe se é possível a empresa vender 5 conjuntos de tendas de cada tipo.

1.2. Sejam x o número de conjuntos do tipo A e y o número de conjuntos do tipo B a serem vendidos pela empresa.
Justifique que

1.3. Determine o número de conjuntos de cada tipo que a empresa deve vender para obter o maior lucro possível.

2. Admita que, num certo aquário, o número aproximado de peixes de uma certa população, t anos após um determinado instante inicial, é dado por

$N(t) =$ ($t \geq 0$ e A constante positiva)

Sabe-se que, no início da contagem, havia 4 peixes no aquário.

2.1. Mostre que $A = 40$.

2.2. Compare os valores de $N'(1)$ e $N'(6)$ e interprete-os no contexto do problema.

3. Um cientista observa, durante 50 segundos, uma águia a sair do seu ninho e a fazer um voo em busca de alimento. Desde que a águia saiu do ninho, a sua altitude é dada, em metros e após t segundos, pela função definida por

$A(t) =$

3.1. Calcule e interprete a taxa média de variação de A em $[0,20]$.

Apresente o resultado final arredondado às décimas.

Nota: se usar arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve, pelo menos, uma casa decimal.

3.2. Determine, em metros e com uma casa decimal, a altitude mínima atingida pela águia.

3.3. Durante quanto tempo esteve a águia a voar a uma altitude superior a 400 metros?

Recorra à sua calculadora para responder à questão. Apresente todos os elementos recolhidos na utilização da calculadora, nomeadamente o gráfico, ou gráficos, obtidos, bem como as coordenadas dos pontos relevantes para a resolução do problema (apresente as **abcissas com uma casa decimal**).

4. Durante os ensaios de um motor, a velocidade de rotação do seu eixo variou, ao longo de seis minutos da experiência, de acordo com a função

$v(t) =$, $1 \leq t \leq 7$

onde t designa o tempo (medido em minutos), contado a partir do minuto 1 até ao minuto 7, e $v(t)$ designa a velocidade de rotação do eixo do motor (medida em **centenas** de rotações por minuto).

4.1. Qual foi a velocidade de rotação do eixo do motor a meio da experiência?
Apresente o resultado em centenas de rotações por minuto, arredondado às décimas.

4.2. Determine qual foi a velocidade máxima atingida, ao longo desses seis minutos da experiência.
Apresente o resultado em centenas de rotações por minuto, arredondado às décimas.

4.3. Durante essa experiência, foi também possível concluir que o consumo de combustível do motor está relacionado, aproximadamente, com a função

$c(t) =$, $1 \leq t \leq 7$

em que $c(t)$ é o consumo de combustível do motor, em litros por 100 km, após t minutos.

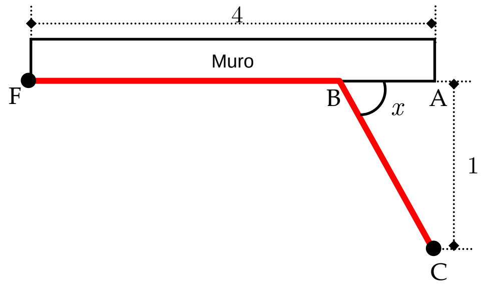
4.3.1. Calcule o consumo de combustível do motor após 90 segundos. Apresente o resultado em litros por 100 km, arredondado às décimas.

4.3.2. Suponha que, num dado momento, o consumo de combustível do motor é igual 4 a litros por 100 km. Qual é a velocidade de rotação do seu eixo?
Apresente o resultado em centenas de rotações por minuto, arredondado às décimas. Nos valores intermédios, utilize, no mínimo, duas casas decimais.

Nota: a resolução desta questão envolve uma equação que deve ser resolvida graficamente, com recurso à calculadora; apresente todos os elementos recolhidos na utilização da calculadora, nomeadamente o gráfico, ou gráficos, obtido(s), bem como coordenadas relevantes de algum, ou de alguns, ponto(s).

5. Pretende-se ligar uma fábrica F a uma central de tratamento de resíduos C, por meio de uma conduta, conforme a figura.

- A conduta deve seguir ao longo de um muro com 4 km de comprimento, até um certo ponto B (de posição variável), e daí deve seguir em linha recta até à central de tratamento C;
- Designou-se por A o ponto do muro mais próximo da central de tratamento (que dista 1 km);



- Designou-se por x a amplitude do ângulo ABC, $x \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$

O preço da conduta é igual a:

- 3 mil euros por quilómetro, ao longo do muro;
- 6 mil euros por quilómetro, do muro à central de tratamento.

Qual é o valor de x de modo a minimizar o custo da obra? Apresente-o arredondado às milésimas.

Percorra sucessivamente as seguintes etapas:

- *Mostre que o comprimento da conduta é dado por do ponto* B *ao ponto* C
- *Mostre que o comprimento da conduta é dado por ao longo do muro ,*
- *Prove que o preço final da conduta é dado, em milhares de euros, pela função definida por ,* $x \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$
- *Recorrendo à calculadora, responda à questão.*