



4.º TESTE DE MATEMÁTICA B

12.º 5 e 12.º 6

2.º Período

16/03/07

Duração: 90 minutos

Nome: _____

Turma: _____

N.º: _____

Classificação: ,

O professor: _____

Em todas as questões da prova, apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e todas as justificações necessárias.

Apresente uma resposta a cada item. Se escrever mais do que uma resposta, deve indicar de forma inequívoca a que pretende que seja classificada (riscando todas as que pretende anular).

Sempre que, na resolução de um problema, recorrer à sua calculadora, apresente todos os elementos recolhidos na sua utilização. Mais precisamente:

- sempre que recorrer às capacidades gráficas da sua calculadora, apresente o gráfico, ou gráficos, obtido(s), bem como coordenadas de pontos relevantes para a resolução do problema proposto (por exemplo, coordenadas de pontos de intersecção de gráficos, máximos, mínimos, etc.);
- sempre que recorrer a uma tabela obtida na sua calculadora, apresente todas as linhas da tabela relevantes para a resolução do problema proposto;
- sempre que recorrer a estatísticas obtidas na sua calculadora (média, desvio padrão, coeficiente de correlação, declive e ordenada na origem de uma recta de regressão, etc.), apresente as listas que introduziu na calculadora para as obter.

- 1.** Na África do Sul, estima-se que, após t anos, o número de elefantes (em milhares) seja dado, aproximadamente, pela função definida por

$$e(t) = 29 \times a^t, \quad a > 1$$

O valor de $t = 0$ corresponde ao início de 2007.

- 1.1.** Considere $a = 1,06$.

- 1.1.1.** Segundo este modelo, qual será o número de elefantes no **final** de 2010?
Apresente o resultado em milhares de elefantes, arredondado às décimas.

- 1.1.2.** Em que mês e de que ano está previsto haver 40 milhares de elefantes na África do Sul?

Nota: se usar arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve, pelo menos, duas casas decimais.

- 1.2.** Cientistas sul-africanos prevêm que, no início de 2020, o número de elefantes seja o dobro do que foi no início de 2007. Nestas condições, determine o valor de a , apresentado o resultado arredondado às centésimas.

2. “Tem de haver movimento vertical que provoque um deslocamento das massas rochosas submersas, uma perturbação que desencadeie um abalo com magnitude da ordem dos sete vírgula cinco ou mais na escala de Richter.”

TSUNAMI!, Richard Martin Stern

Na escala de *Richter*, a magnitude M de um sismo e a energia total E libertada por esse sismo estão relacionadas pela equação

$$E = 10^{\frac{3M}{2} + 11,4}, \text{ sendo } E \text{ medido em ergs.}$$

- 2.1. Mostre que $M = \frac{2}{3}(\log E - 11,4)$
- 2.2. No dia 21 de Fevereiro de 2007, houve um sismo com epicentro na província de Elazig, na Turquia, de magnitude igual a 5,9 na escala de *Richter*.
Mostre que a energia total libertada nesse sismo foi aproximadamente $1,78 \times 10^{20}$ ergs.
- 2.3. Em Dezembro de 1998, registou-se um sismo na Rússia que libertou 32 vezes mais energia do que o da Turquia.
Qual foi a magnitude desse sismo?
Apresente o resultado na forma de dízima, arredondado às décimas.
- Nota:** se usar arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve, pelo menos, três casas decimais.
3. Devido a uma epidemia de dengue no Paraguai, pode supor-se que o número de pessoas infectadas por essa doença (em milhares), t meses após Janeiro de 2007, é dado, aproximadamente, pela função definida por

$$d(t) = \frac{23}{1+k e^{-1,5t}}, \quad k > 0$$

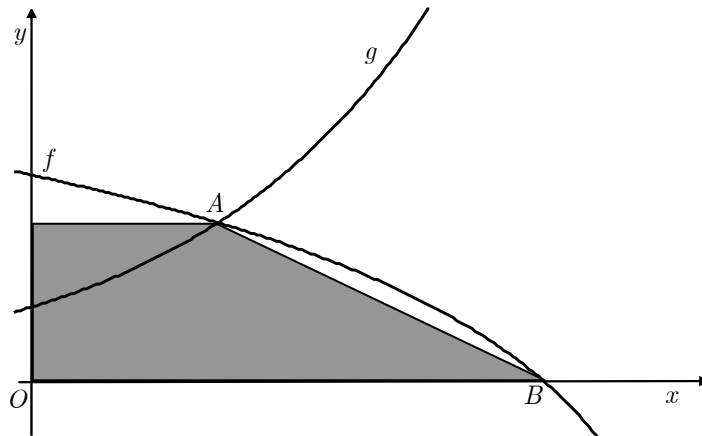
- 3.1. Supondo que no início da contagem existiam duas mil pessoas infectadas, determine o valor de k .
- 3.2. Admita agora que $k = 11,5$.
- 3.2.1. Quantas pessoas estavam infectadas em Dezembro de 2006?
Apresente o resultado em número de pessoas, arredondado às unidades.
- 3.2.2. Este ano, o número de pessoas infectadas tem aumentado rapidamente.
Em que mês está previsto haver vinte e duas mil pessoas infectadas com dengue?
Nota: se usar arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve, pelo menos, três casas decimais.
- 3.3. É possível, com este modelo, o número de pessoas infectadas decrescer? Justifique.

4. “John e Sam ficaram com uma área com cerca de um quilómetro quadrado na extremidade mais afastada do lago (...)”

CÃO DE BUSCA, Ângela Locke

Para calcular a área, perto de um lago, de uma zona em forma de trapézio, usaram-se duas funções num referencial o.n. cujas expressões e gráficos estão a seguir:

$$f(x) = \ln(4 - x) \quad \text{e} \quad g(x) = 2^{x-1}$$



O gráfico de f intersecta o gráfico de g no ponto A e intersecta o eixo Ox no ponto B .

- 4.1. O gráfico de f admite uma assíntota. Indique a sua equação e explique porque é essa recta uma assíntota.
- 4.2. Qual é o valor da área do terreno? Apresente o valor pedido arredondado às décimas (nos cálculos intermédios, conserve, pelo menos, duas casas decimais).

Nota: área de um trapézio: $\frac{Base\ maior + Base\ menor}{2} \times Altura$

5. O formaldeído é um gás cáustico, incolor e cancerígeno, que pode ser libertado por diversos tipos de móveis novos.

O Ermelindo tem móveis novos em casa e, por isso, vai tentar descobrir os níveis de formaldeído. Ele sabe que a concentração de formaldeído presente numa habitação é dada, após t dias, por uma expressão do tipo $C = \alpha + \beta e^{-\gamma t}$, $\alpha, \beta, \gamma > 0$

Durante uma semana, o Ermelindo fez as medições que se encontram na tabela em baixo (a variável t designa o tempo, medido em dias; a variável C designa a concentração, medida em microgramas por metro cúbico ($\mu\text{g}/\text{m}^3$)). Com o intuito de chegar à expressão desejada e por saber que a função que ele procura é inversa da logarítmica, o Ermelindo acrescentou duas linhas.

t	0	1	2	3	4	5	6	7
C	83,8	77	70,8	64,9	59,7	54,9	50,5	46,5
$C - 5$								
$\ln(C - 5)$								

Para evitar problemas de saúde no futuro, o Ermelindo pretende saber se, ao fim de 28 dias, a concentração de formaldeído é inferior a $10 \mu\text{g}/\text{m}^3$. Será isso possível com estas medições?

Percorra sucessivamente as seguintes etapas:

- *Complete a tabela, apresentando os valores da última linha com duas casas decimais.*
- *Utilizando a sua calculadora, introduza os valores das variáveis t e $y = \ln(C - 5)$ e obtenha, por regressão linear, os valores de m e de b tais que $y = mt + b$.
*Apresente os valores de m e de b arredondados às centésimas.**
- *Escreva a expressão da concentração de formaldeído na forma $C(t) = \alpha + \beta e^{-\gamma t}$.*
- *Responda à questão formulada.*

FIM

COTAÇÕES

1.....48	2.....48	3.....46	4.....33	5.....25
1.1.1.....14	2.1.....16	3.1.....11	4.1.....15	
1.1.2.....17	2.2.....16	3.2.1.....10	4.2.....18	
1.2.....17	2.3.....16	3.2.2.....14		
		3.3.....11		