

4.º TESTE DE MATEMÁTICA B

12.º 4

[www.esaas.com](http://www.esaas.com)

2.º Período

14/03/07

Duração: 90 minutos

Nome: \_\_\_\_\_

N.º: \_\_\_\_\_

Classificação:

		,	
--	--	---	--

O professor: \_\_\_\_\_

Em todas as questões da prova, apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e todas as justificações necessárias.

Apresente uma resposta a cada item. Se escrever mais do que uma resposta, deve indicar de forma inequívoca a que pretende que seja classificada (riscando todas as que pretende anular).

Sempre que, na resolução de um problema, recorrer à sua calculadora, apresente todos os elementos recolhidos na sua utilização. Mais precisamente:

- sempre que recorrer às capacidades gráficas da sua calculadora, apresente o gráfico, ou gráficos, obtido(s), bem como coordenadas de pontos relevantes para a resolução do problema proposto (por exemplo, coordenadas de pontos de intersecção de gráficos, máximos, mínimos, etc.);
- sempre que recorrer a uma tabela obtida na sua calculadora, apresente todas as linhas da tabela relevantes para a resolução do problema proposto;
- sempre que recorrer a estatísticas obtidas na sua calculadora (média, desvio padrão, coeficiente de correlação, declive e ordenada na origem de uma recta de regressão, etc.), apresente as listas que introduziu na calculadora para as obter.

1. Executivos da indústria dos cruzeiros estimam que o número de passageiros de cruzeiros (em milhões) pode ser dado, aproximadamente, pela função definida por

$$p(t) = 12 \times a^t, \quad a > 1$$

O valor de  $t = 0$  corresponde ao início de 2007.

- 1.1. Considere  $a = 1,08$ .

- 1.1.1. Segundo este modelo, qual foi o número de passageiros de cruzeiros no início do mês de Junho de 2000? Apresente o resultado em milhões de passageiros, arredondado às décimas.

- 1.1.2. Em que mês e de que ano está previsto haver 16 milhões de passageiros nos cruzeiros?

**Nota:** se usar arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve, pelo menos, três casas decimais.

- 1.2. Suponha que, no início de 2022, se prevê que o número de passageiros de cruzeiros seja o dobro do que foi no início de 2007. Nestas condições, determine o valor de  $a$ , apresentado o resultado arredondado às centésimas.

2. “Com uma perturbação sísmica no fundo oceânico de magnitude oito vírgula sete na escala de Richter, não havia dúvidas quanto à evolução dos acontecimentos. Restava agora saber qual ia ser a amplitude e os danos e onde iriam ocorrer.”

TSUNAMI!, Richard Martin Stern

Na escala de Richter, a magnitude  $M$  de um sismo e a energia total  $E$  libertada por esse sismo estão relacionadas pela equação

$$E = 10^{\frac{3M}{2} + 11,4}, \text{ sendo } E \text{ medido em ergs.}$$

- 2.1. Mostre que  $M = \frac{2}{3}(\log E - 11,4)$
- 2.2. No dia 12 de Fevereiro de 2007, houve um sismo com epicentro a sudoeste do Cabo de São Vicente, em Sagres, de magnitude igual a 5,8 na escala de Richter.  
Mostre que a energia total libertada nesse sismo foi aproximadamente  $1,26 \times 10^{20}$  ergs.
- 2.3. Em Dezembro de 1998, registou-se um sismo na Rússia que libertou 45 vezes mais energia do que o de Sagres.  
Qual foi a magnitude desse sismo?  
Apresente o resultado na forma de dízima, arredondado às décimas.
- Nota:** se usar arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve, pelo menos, três casas decimais.

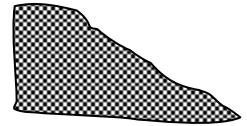
3. “Voar ao longo do canyon até sobrevoar o lago que tem uma represa de castores. Continuar durante um minuto e dez segundos. Voltar completamente à esquerda e regressar à entrada do canyon. Voltar à direita e continuar a noventa graus durante oitenta segundos.”

O AVIADOR, Ernest K. Gann

À volta de um lago, o número de castores aumenta e, após  $t$  minutos, esse número é dado, aproximadamente, pela função definida por  $c(t) = \frac{35}{1+k e^{-0,4t}}$ ,  $k > 0$

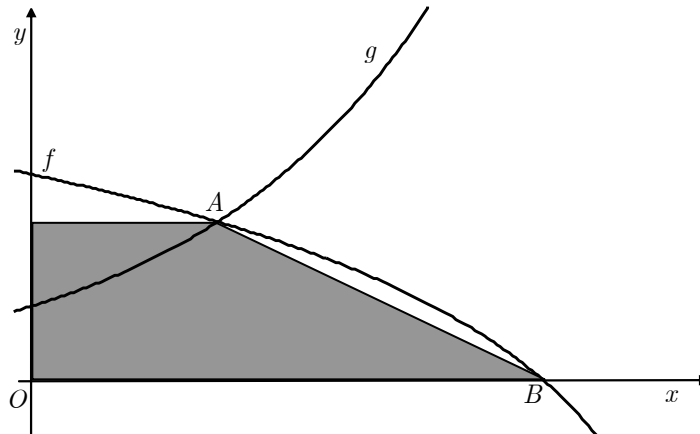
- 3.1. Supondo que no início da contagem existiam 8 castores, determine o valor de  $k$ .  
Apresente o resultado arredondado às décimas.
- 3.2. Admita agora que  $k = 4,2$ . Resolva a equação  $c(t) = 30$  e interprete o valor obtido, no contexto do problema.  
Apresente o resultado arredondado às décimas.
- 3.3. O que acontece ao número de castores passados muitos, muitos minutos? Justifique.

4. A dona Joaquina tem uma fotografia aérea de um terreno seu (em forma aproximada de trapézio). Ela pretende calcular a área desse terreno mas não sabe a que distância do solo foi a fotografia tirada. Assim, a dona Joaquina começou por tentar descobrir duas funções que passassem por alguns vértices do trapézio e encontrou as funções definidas por



$$f(x) = \ln(4 - x) \quad \text{e} \quad g(x) = 2^{x-1}$$

que aparecem no gráfico seguinte:



O gráfico de  $f$  intersecta o gráfico de  $g$  no ponto  $A$  e intersecta o eixo  $Ox$  no ponto  $B$ .

- 4.1. O gráfico de  $f$  admite uma assíntota. Indique a sua equação e explique porque é essa recta uma assíntota.
- 4.2. Ajude a dona Joaquina a determinar a área do terreno. Nos cálculos intermédios, conserve, pelo menos, duas casas decimais. Apresente o valor pedido arredondado às décimas.

**Nota:** área de um trapézio:  $\frac{Base\ maior + Base\ menor}{2} \times Altura$

5. O formaldeído é um gás cáustico, incolor e cancerígeno, que pode ser libertado por diversos tipos de móveis novos.

O Ermelindo tem móveis novos em casa e, por isso, vai tentar descobrir os níveis de formaldeído. Ele sabe que a concentração de formaldeído presente numa habitação é dada, após  $t$  dias, por uma expressão do tipo  $C = \alpha + \beta e^{-\gamma t}$ ,  $\alpha, \beta, \gamma > 0$

Durante uma semana, o Ermelindo fez as medições que se encontram na tabela em baixo (a variável  $t$  designa o tempo, medido em dias; a variável  $C$  designa a concentração, medida em microgramas por metro cúbico ( $\mu g/m^3$ )). Com o intuito de chegar à expressão desejada e por saber que a função que ele procura é inversa da logarítmica, o Ermelindo acrescentou duas linhas.

$t$	0	1	2	3	4	5	6	7
$C$	84,8	78	71,8	65,9	60,7	55,9	51,5	47,5
$C - 5$								
$\ln(C - 5)$								

Para evitar problemas de saúde no futuro, o Ermelindo pretende saber se, ao fim de 28 dias, a concentração de formaldeído é inferior a  $10 \mu g/m^3$ . Será isso possível com estas medições?

*Percorra sucessivamente as seguintes etapas:*

- *Complete a tabela, apresentando os valores da última linha com duas casas decimais.*
- *Utilizando a sua calculadora, introduza os valores das variáveis  $t$  e  $y = \ln(C - 5)$  e obtenha, por regressão linear, os valores de  $m$  e de  $b$  tais que  $y = mt + b$ .  
*Apresente os valores de  $m$  e de  $b$  arredondados às centésimas.**
- *Escreva a expressão da concentração de formaldeído na forma  $C(t) = \alpha + \beta e^{-\gamma t}$ .*
- *Responda à questão formulada.*

FIM

### COTAÇÕES

1.....48	2.....48	3.....46	4.....33	5.....25
1.1.1.....14	2.1.....16	3.1.....14	4.1.....15	
1.1.2.....17	2.2.....16	3.2.....18	4.2.....18	
1.2.....17	2.3.....16	3.3.....14		