Escola Básica e Secundária Dr. Ângelo Augusto da Silva (2006/2007)

3.º TESTE DE MATEMÁTICA B

12.º 5 e 12.º 6

2.º Período | 31/01/07 | Duração: 90 minutos

Nome: -- Turma: ------- N.º: --------- Classificação: ___ , ___

O professor:

Em todas as questões da prova, apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e todas as justificações necessárias.

Apresente uma resposta a cada item. Se escrever mais do que uma resposta, deve indicar de forma inequívoca a que pretende que seja classificada (riscando todas as que pretende anular).

Sempre que, na resolução de um problema, recorrer à sua calculadora, apresente todos os elementos recolhidos na sua utilização. Mais precisamente:

• sempre que recorrer às capacidades gráficas da sua calculadora, apresente o gráfico, ou gráficos, obtido(s), bem como coordenadas de pontos relevantes para a resolução do problema proposto (por exemplo, coordenadas de pontos de intersecção de gráficos, máximos, mínimos, etc.);

• sempre que recorrer a uma tabela obtida na sua calculadora, apresente todas as linhas da tabela relevantes para a resolução do problema proposto;

• sempre que recorrer a estatísticas obtidas na sua calculadora (média, desvio padrão, coeficiente de correlação, declive e ordenada na origem de uma recta de regressão, etc.), apresente as listas que introduziu na calculadora para as obter.

1. Na maratona de Longrace, o primeiro prémio é igual a 3 mil euros.

1.1. Suponha que o total de prémios, do primeiro ao trigésimo classificado, é igual a 48 mil euros e que os seus valores estão em progressão aritmética.
Quanto é que vai receber o trigésimo classificado?

1.2. Se o segundo prémio for igual a 1.000 euros e os valores dos prémios estiverem em progressão geométrica, que prémio irá receber o décimo classificado?
Apresente o resultado em euros, arredondado às centésimas.

1.3. Admita agora que o segundo prémio é 20% menor que o primeiro, o terceiro prémio é 20% menor que o segundo e assim sucessivamente. Qual é o valor do vigésimo prémio?
Apresente o resultado em euros, arredondado às centésimas.

2. Para um estudo estatístico, uma empresa vai observar o número de automóveis numa cidade. Na primeira semana, vão ser observados 2.500 automóveis e, em cada semana adicional, esse número aumenta 5%.

2.1. Verifique que, ao fim de n semanas, o número total de observações é igual a $50.000(1,05^n - 1)$ automóveis.

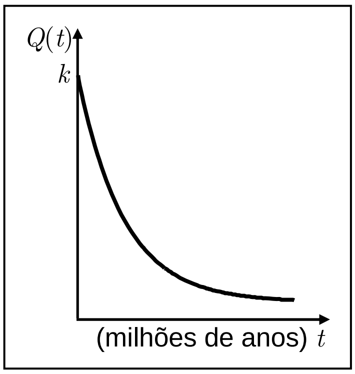
2.2. Quantas semanas, no mínimo, estará a empresa a trabalhar para observar, pelo menos, 250.000 automóveis?

3. Para datar rochas ou objectos com mais de 50 mil anos, recorre-se ao método do Potássio-Árgon: o isótopo radioactivo potássio-40 desintegra-se no gás árgon-40 (e também no cálcio-40), sendo a diminuição do potássio e o aumento do árgon conhecidos.

Suponha que a quantidade de potássio-40 presente, actualmente, numa certa rocha vulcânica com uma idade de t **milhões** de anos é dada, em partes por milhão (ppm), pela função definida por

$$Q(t) = k \times (0{,}99945)^t$$

sendo k a quantidade inicial de potássio-40 presente na rocha.



3.1. Considere uma rocha com 900 mil anos. Sabendo que o valor inicial de potássio-40 era de 700.000 ppm, calcule a quantidade de potássio-40 que se encontra presente, actualmente, nela.
Apresente o resultado em ppm, arredondado às unidades.

3.2. Admita que uma rocha vulcânica com 2.000 milhões de anos possui actualmente 300.000 ppm de potássio-40. Nestas condições, determine o valor de k.

Nota: se usar arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve, pelo menos, cinco casas decimais.

3.3. A quantidade de potássio-40 de qualquer rocha demora mais de 1000 milhões de anos a reduzir-se para metade.
Indique o tempo exacto, apresentando o resultado em milhões de anos, arredondado às unidades.

4. Para obter o povoamento de coelhos em certa região, libertaram-se nela alguns casais desta espécie.

Sabe-se que os coelhos se reproduzem exponencialmente, segundo uma lei do tipo $C(t) = 13 + 1{,}2^t$, sendo $C(t)$ o número de coelhos existentes t meses após o início do povoamento.

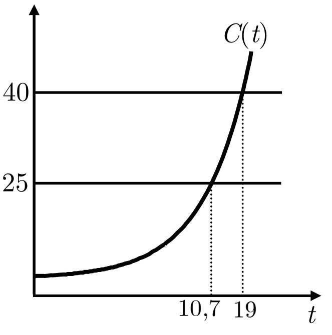
4.1. Quantos coelhos havia naquela região um ano após a libertação?
Apresente o resultado arredondado às unidades.

4.2. Considere a seguinte questão:

"*Quando o número de coelhos estiver situado entre os 25 e os 40, será necessário proceder a diversos estudos pelos cientistas. Segundo este modelo, durante quantos meses terão os cientistas de trabalhar?*"

A Henriqueta respondeu: durante 8 meses pois ao ver a intersecção entre as rectas *y* = 25 e *y* = 40 e o gráfico da função C, conclui-se que 19 – 11 = 8

Concorda com a resposta da Henriqueta? Justifique.



5. *"Afastando os papéis de Hodges, David começou a utilizar o computador do hospital para calcular taxas de mortalidade anuais relativamente aos internamentos. Descobriu rapidamente que a taxa de mortalidade se alterara dois anos antes, quando subira de uma média de 2,8 para 6,7 por cento. No último ano, aumentara para 8,1 por cento."*

CURA FATAL, Robin Cook

Com o objectivo de averiguar o porquê de tantas mortes na unidade de internamento de um hospital, foi elaborada a tabela em baixo; k é uma constante a determinar e refere-se à percentagem de aumento do número de mortes de 2005 para 2006.

Ano	2003	2004	2005	2006
Nº de mortes			32	36
Percentagem de aumento do nº de mortes em relação ao ano anterior	$2{,}8\%$	$6{,}7\%$	$8{,}1\%$	k

Se nada for feito para travar o número de mortes, este continuará a aumentar. Verifique se metade das pessoas internadas em 2009 poderão morrer.

Percorra sucessivamente as seguintes etapas:

- *Calcule* k .
- *Usando o modo estatístico da calculadora, determine uma expressão que dá a percentagem de aumento de pessoas mortas no ano* t *(desde 2003).*

  Escreva essa expressão na forma $a \times b^t$ *ou na forma* $a \times e^{bt}$*, com* a *arredondado às centésimas e* b *arredondado às milésimas.*
- *Usando a expressão anterior, determine a percentagem (arredondado às centésimas) de aumento do número de mortes de 2008 para 2009.*
- *Responda à questão formulada.*

FIM

Formulário

Soma dos n primeiros termos de uma:

Progressão Aritmética: $\frac{u_1 + u_n}{2} \times n$

Progressão Geométrica: $u_1 \times \frac{1 - r^n}{1 - r}$

COTAÇÕES

1.......**54**	**2.**......**40**	**3.**......**53**	**4.**......**29**	**5.**......**24**
1.1......20	2.1......20	3.1......15	4.1......12	
1.2......16	2.2......20	3.2......17	4.2......17	
1.3......18		3.3......21		

O professor: RobertOliveira