

3.º TESTE DE MATEMÁTICA B

12.º 4



2.º Período

31/01/07

Duração: 90 minutos

www.esaas.com

Nome: _____

N.º: _____

Classificação: ,

O professor: _____

Em todas as questões da prova, apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e todas as justificações necessárias.

Apresente uma resposta a cada item. Se escrever mais do que uma resposta, deve indicar de forma inequívoca a que pretende que seja classificada (riscando todas as que pretende anular).

Sempre que, na resolução de um problema, recorrer à sua calculadora, apresente todos os elementos recolhidos na sua utilização. Mais precisamente:

- sempre que recorrer às capacidades gráficas da sua calculadora, apresente o gráfico, ou gráficos, obtido(s), bem como coordenadas de pontos relevantes para a resolução do problema proposto (por exemplo, coordenadas de pontos de intersecção de gráficos, máximos, mínimos, etc.);
- sempre que recorrer a uma tabela obtida na sua calculadora, apresente todas as linhas da tabela relevantes para a resolução do problema proposto;
- sempre que recorrer a estatísticas obtidas na sua calculadora (média, desvio padrão, coeficiente de correlação, declive e ordenada na origem de uma recta de regressão, etc.), apresente as listas que introduziu na calculadora para as obter.

1. “- Qual é o primeiro prémio?

- Cento e cinquenta mil dólares em ouro (...), cinquenta mil dólares para o segundo, descendo até duzentos dólares para o centésimo classificado. O total [de prémios] é de trezentos e sessenta mil dólares.”

A CORRIDA DE FLANAGAN, Tom McNab

Para premiar os primeiros atletas na maratona de Longrace, vão ser oferecidos 150 mil dólares ao primeiro classificado e 50 mil dólares ao segundo classificado.

- 1.1.** Se os valores dos prémios estiverem em progressão geométrica, que prémio irá receber o décimo classificado? Apresente o resultado em dólares, arredondado às centésimas.
- 1.2.** Admita agora que o terceiro prémio é 20% menor que o segundo, o quarto prémio é 20% menor que o terceiro e assim sucessivamente. Qual é o valor do vigésimo quinto prémio? Apresente o resultado em dólares, arredondado às unidades.
- 1.3.** Suponha agora que o total de prémios, **do décimo primeiro ao centésimo classificado**, é igual a 170.190 dólares e que os seus valores estão em progressão aritmética. Sabendo que o centésimo classificado irá receber um prémio de 200 dólares, calcule o valor do prémio a atribuir ao décimo primeiro classificado.

2. O Zeferino acabou de ser contratado para um emprego e vai começar a ganhar, no primeiro mês, 800 euros. Além disso, todos os meses o seu vencimento será aumentado em 1%.

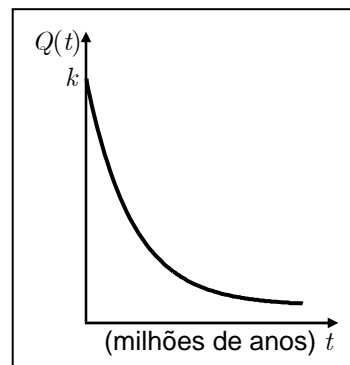
- 2.1.** Verifique que, ao fim de n meses, o Zeferino terá ganho um total de $80.000(1,01^n - 1)$ euros.
- 2.2.** Quantos meses, no mínimo, terá o Zeferino de estar neste emprego para receber uma soma total de vencimentos igual a, pelo menos, 50.000 euros?

3. Para datar rochas ou objectos com mais de 50 mil anos, recorre-se ao método do Potássio-Árgon: o isótopo radioactivo potássio-40 desintegra-se no gás árgon-40 (e também no cálcio-40), sendo a diminuição do potássio e o aumento do árgon conhecidos.

Suponha que a quantidade de potássio-40 presente, actualmente, numa certa rocha vulcânica com uma idade de t **milhões** de anos é dada, em partes por milhão (ppm), pela função definida por

$$Q(t) = k \times (0,99945)^t$$

sendo k a quantidade inicial de potássio-40 presente na rocha.



- 3.1. Admita que uma rocha vulcânica com 3.000 milhões de anos possui actualmente 100.000 ppm de potássio-40. Nestas condições, determine o valor de k .

Apresente o resultado em ppm, arredondado às unidades.

Nota: se usar arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve, pelo menos, seis casas decimais.

- 3.2. Considere agora $k = 900.000$.

3.2.1. Foi descoberta uma rocha com 700 mil anos. Mostre que a rocha perdeu uma pequena quantidade de potássio-40, calculando a quantidade que se encontra presente nela. Apresente o resultado em ppm, arredondado às unidades.

3.2.2. No México, foram descobertas algumas pegadas numa rocha. Segundo os cientistas, a rocha tinha menos 50% da quantidade inicial de potássio-40.

Qual é a idade da rocha?

Apresente o resultado em milhões de anos, arredondado às unidades.

4. Com o objectivo de estudar a variação da temperatura de um certo líquido, aqueceu-se ao lume esse líquido, durante vinte minutos. No instante em que começou a ser aquecido, a sua temperatura era igual a 22°C e, ao ser aquecido, essa temperatura foi aumentando mas sem nunca ultrapassar os 120°C .

Assim, concluiu-se que a relação entre a temperatura da água e o tempo t , contado em minutos, a partir do instante em que se colocou o líquido ao lume, é modelada por uma, e **uma só**, das quatro funções, a , b , c e d , definidas a seguir:

$$a(t) = 0,3t^3 - 0,3t^2 - 7t + 22$$

$$b(t) = 125 - 103 \times 1,3^{-t}$$

$$c(t) = 120 - 103 \times 1,3^{-t}$$

$$d(t) = 120 - 98 \times 1,3^{-t}$$

Qual das quatro funções é a correcta? Numa pequena composição, explique porque não pode ser nenhuma das outras três, indicando, para cada uma delas, uma razão pela qual a rejeita, explicando a sua inadequação, relativamente à situação descrita.

Nota: poder-lhe-á ser útil recorrer às capacidades gráficas da sua calculadora. **Se o fizer, deve reproduzir o(s) gráfico(s) obtido(s).**

5. A tabela seguinte refere-se à variação do número de passageiros no aeroporto do Funchal durante os anos de 2005 e 2006 e as previsões para os próximos anos; k é uma constante a determinar e refere-se ao número de passageiros em 2005.

Ano	2005	2006	2007	2008	2009
Nº de passageiros	k	2.360.857			
Percentagem de aumento em relação ao ano anterior		1,8%	3%	3%	3,5%

Tendo em conta os valores desta tabela, estime o número de passageiros no aeroporto do Funchal em 2020. Apresente o resultado arredondado às unidades.

Percorra sucessivamente as seguintes etapas:

- Calcule k .
- Preveja o número de passageiros nos anos 2007, 2008 e 2009.
- Usando o modo estatístico da calculadora, determine uma expressão que dá o número de passageiros que passaram pelo aeroporto do Funchal após t anos (desde 2005).
Escreva essa expressão na forma $a \times b^t$ ou na forma $a \times e^{bt}$ com a arredondado às unidades e b arredondado às milésimas.
- Usando a expressão anterior, responda à questão.

FIM

Formulário

Soma dos n primeiros termos de uma:

Progressão Aritmética: $\frac{u_1 + u_n}{2} \times n$

Progressão Geométrica: $u_1 \times \frac{1 - r^n}{1 - r}$

COTAÇÕES

1.....54	2.....40	3.....62	4.....20	5.....24
1.1.....16	2.1.....20	3.1.....20		
1.2.....18	2.2.....20	3.2.1.....18		
1.3.....20		3.2.2.....24		