



[www.esaas.com](http://www.esaas.com)

### 3.º TESTE DE MATEMÁTICA A

12.º 2

2.º Período

25/01/07

Duração: 90 minutos

Nome: \_\_\_\_\_

N.º: \_\_\_\_\_

Classificação:

--	--	--	--

O professor: \_\_\_\_\_

#### Grupo I

- As seis questões deste grupo são de escolha múltipla.
- Para cada uma delas, são indicadas quatro alternativas de resposta, das quais só uma está correcta.
- Escreva na sua folha de respostas **apenas a letra** correspondente à alternativa que seleccionar para responder a cada questão.
- Se apresentar mais do que uma letra, o item será anulado, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- **Não apresente cálculos, nem justificações.**

1. Seja  $\Omega$  o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória e sejam  $A$  e  $B$  dois acontecimentos **independentes** tais que:

- $P(A) < P(B)$ ;
- $P(A) + P(B) = 1$ ;
- $P(A \cap B) = \frac{7}{64}$ .

Qual é o valor de  $P(A)$ ?

- (A)  $\frac{1}{8}$                       (B)  $\frac{3}{8}$                       (C)  $\frac{5}{8}$                       (D)  $\frac{7}{8}$

2. “- Estou a ver o que quer dizer. Jay vem dos pinhais do Sul, e lá eles chegam a ter cinquenta e cinco por cento de fogos postos.”

FOGO, Richard Martin Stern

De entre os vários fogos no verão numa certa área florestal, chegou-se à conclusão que 55% eram fogos postos. Ao escolher seis desses fogos, qual é a probabilidade (em percentagem e arredondada às décimas) de não haver mais de dois fogos postos?

- (A) 21,9%                      (B) 23,7%                      (C) 25,5%                      (D) 27,3%

3. Desde 1990, uma empresa aumenta o ordenado dos seus funcionários 3% ao ano. Assim, o ordenado no presente ano de qualquer funcionário já aumentou, desde 1990, cerca de:

- (A) 23%                      (B) 37%                      (C) 51%                      (D) 65%

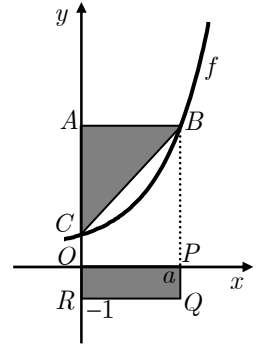
4. Indique o conjunto dos números reais que são soluções da inequação  $\log_5(5 - x) \leq x + 1$

- (A)  $]-\infty, 0]$                       (B)  $[0, +\infty[$                       (C)  $[-5, 0[$                       (D)  $[0, 5[$

5. “Na RV, o número de atacantes lançados ao assalto tinha duplicado nos últimos minutos. A partir daquele momento, ia crescer exponencialmente.”  
FORTALEZA DIGITAL, Dan Brown

Na figura junta, está representada, em referencial o.n.  $xOy$ , parte do gráfico da função  $f$ , definida, em  $\mathbb{R}^+$ , por  $f(x) = 2^x$ . Na mesma figura, estão também representados um triângulo rectângulo  $[ABC]$  e um rectângulo  $[OPQR]$ .

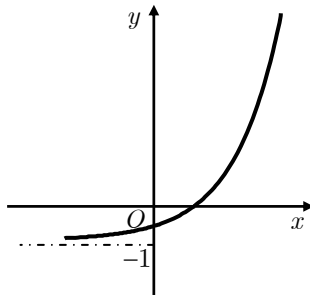
- Os pontos  $A$  e  $R$  pertencem ao eixo  $Oy$ . O ponto  $R$  tem ordenada  $-1$ ;
- O ponto  $C$  é o da intersecção do gráfico de  $f$  com eixo  $Oy$ ;
- O ponto  $B$  pertence ao gráfico de  $f$ ;
- A abcissa dos pontos  $B, P$  e  $Q$  é um número positivo  $a$ .



Qual é o valor de  $a$  para que a área do triângulo  $[ABC]$  seja igual à área do rectângulo  $[OPQR]$ ?

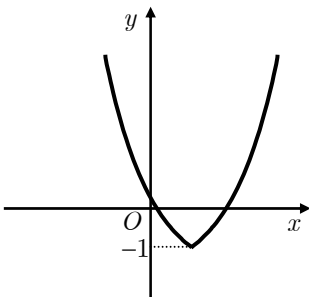
- (A)  $\log_2 5$                       (B)  $\log_2 3$                       (C)  $2^{\ln 5}$                       (D)  $2^{\ln 3}$

6. Na figura a seguir está parte da representação gráfica de uma função  $f$ .

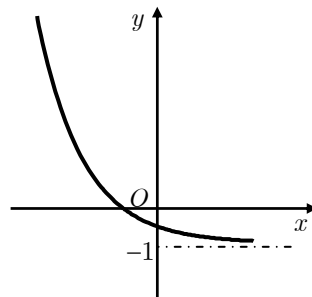


Em qual das figuras abaixo está a representação gráfica da função definida por  $g(x) = |f(x)| - 1$ ?

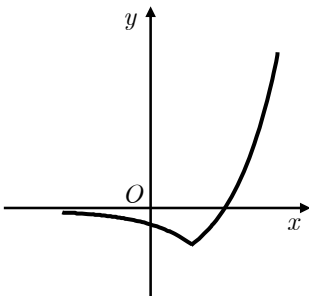
(A)



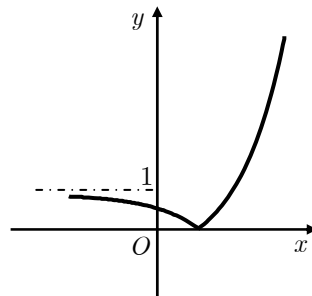
(B)



(C)



(D)



## Grupo II

Nos itens deste grupo apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando **todos os cálculos** que tiver de efectuar e **todas as justificações** necessárias.

**Atenção:** quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, pretende-se sempre o **valor exacto**.

1. “Megan iria todos os dias a dois terços das casas onde havia casos de tosse convulsa, enquanto Timothy visitaria duas vezes por dia o outro terço.”  
VENTO DE NEVE, Hugh Miller

Numa certa aldeia, concluiu-se que um em cada três habitantes tem tosse convulsa.

- 1.1. Admita que a variável “idade das pessoas infectadas com tosse convulsa”, na aldeia, é bem modelada por uma distribuição normal, de valor médio 6 anos e desvio padrão 1 ano. Escolhido, ao acaso, um habitante da aldeia, qual é a probabilidade de ter menos de 7 anos e ser um infectado com tosse convulsa? Apresente o resultado em percentagem, arredondado às unidades.
- 1.2. Duas crianças da aldeia brincam. Seja  $X$  o **número de infectados com tosse convulsa**, de entre as duas crianças. Construa a tabela de distribuição de probabilidades da variável  $X$ . Apresente as probabilidades na forma de fracção irredutível.

2. Como consequência da deslocação do ferro em estado líquido no núcleo externo da Terra, o Norte magnético desvia-se do Norte geográfico (ponto em torno do qual gira o planeta). Admita que a distância, em **milhares de quilómetros**, do Norte magnético ao Norte geográfico é dada pela função definida por

$$d(t) = 1,7 + (0,18t - 28,08)e^{0,045t-7,02}$$

sendo  $t$  o tempo, em anos, decorrido desde 1900.

- 2.1. Em 1831, James Clark Ross descobriu o Norte magnético. Qual era a distância entre este e o Norte geográfico? Apresente o valor em quilómetros, arredondado às unidades.
- 2.2. **Sem recorrer à calculadora** (a não ser para efectuar eventuais cálculos numéricos), indique em que ano o Norte magnético estará a 1700 km do Norte geográfico.
- 2.3. Quando a distância entre o Norte magnético e o Norte geográfico for inferior a 400 km, cientistas irão proceder a diversos estudos. Segundo este modelo, durante quantos anos irá isso acontecer? Use a calculadora para responder a esta questão, apresentando todos os elementos recolhidos na sua utilização, nomeadamente o **gráfico**, ou **gráficos**, obtido(s), bem como coordenadas relevantes de alguns pontos (arredondadas às décimas). Apresente o resultado em anos, arredondado às unidades.

3. Seja  $g$  a função definida por  $g(x) = e^x - 2e^{-x}$ .

Prove que  $g$  intersecta a recta de equação  $y = 1$  num só ponto e determine as suas coordenadas.

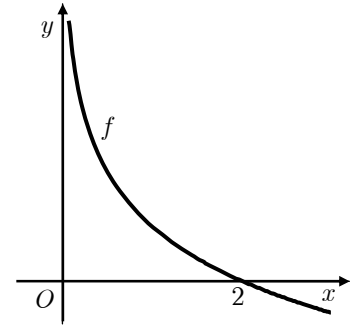
4. Em baixo está parte do gráfico da função definida em  $\mathbb{R}^+$  por  $f(x) = 1 - \log_3\left(\frac{x}{k}\right)$ .

Tal como a figura sugere, 2 é um zero de  $f$ .

4.1. Verifique que  $k = \frac{2}{3}$

4.2. Mostre que  $f(x) = \log_3\left(\frac{2}{x}\right)$

4.3. Caracterize a função inversa de  $f$ .



FIM

### COTAÇÕES

<b>Grupo I</b> (54 pontos)	Cada resposta certa: + 9	Cada questão errada, não respondida ou anulada: 0
-------------------------------	--------------------------	---

<b>Grupo II</b> (146 pontos)	1.....33	2.....48	3.....16	4.....49
	1.1.....15	2.1.....14		4.1.....15
	1.2.....18	2.2.....16		4.2.....17
		2.3.....18		4.3.....17