Escola Secundária de Francisco Franco

Resumo do 3.º mini-teste e 3.º teste de Matemática B

12.º ano

1. Introduziram-se, num determinado momento, alguns milhares de bactérias numa cultura. Admita que, t horas depois, o número de bactérias (em milhares) existentes na cultura é dado aproximadamente por

$$b(t) =$$

1.1. Considere a seguinte afirmação:

"*Ao fim do primeiro dia, o número de bactérias aumentou, em média, mais de meio milhar por hora.*"

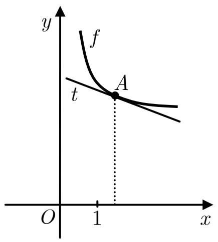
Estará esta afirmação correcta? Justifique.

Em cálculos intermédios, conserve, pelo menos, duas casas decimais.

1.2. De acordo com este modelo, após quantas horas o número de bactérias será igual a 13 milhares?
Apresente o resultado em horas (arredondados às décimas).

Se usar cálculos intermédios, proceder conserve, no mínimo, três casas decimais.

2. **2.1.** Na figura ao lado, está parte do gráfico da função f, de domínio $\mathbb{R}^+$. Além disso, está também representada a recta t tangente ao gráfico de f no ponto A, de abcissa maior que 1. A equação da recta t é $y = -0,4x + 3,5$.



Sabe-se também que, a função que dá a **taxa de variação instantânea** de f no instante x é dada, também em $\mathbb{R}^+$, por

$$f'(x) =$$

Determine a abcissa do ponto A.

Percorra os seguintes passos:

- traduza a questão formulada por meio de uma equação;

- **recorrendo à calculadora**, resolva-a graficamente, encontrando assim um valor aproximado da abcissa do ponto A;
- Reproduza na sua folha de prova o(s) gráfico(s) obtido(s) na calculadora e apresente o valor pedido arredondado às centésimas.

2.2. Suponha agora que a função f, no intervalo $[1,8]$, representa a temperatura, em graus Celsius, numa localidade após x horas. Sabe-se que $f(1)$ representa um valor aproximado da temperatura nessa localidade às 9 horas da manhã.
Determine a que horas foi registada a temperatura mínima nesse intervalo de tempo.
Apresente o resultado em horas e minutos (com minutos arredondados às unidades). Explique como procedeu.
Nos cálculos intermédios, conserve três casas decimais.

3. "*O Partido afirmava que a taxa de mortalidade infantil não excedia agora os cento e sessenta mil, quando antes da Revolução atingia os trezentos – e assim por diante. Como uma única equação com duas incógnitas.*"
1984, George Orwell

A taxa de mortalidade infantil em Portugal entre 2000 e 2008 pode ser dada, em número de mortes por milhar de habitantes, pela função definida por

$$m(t) =$$

em que $m(0)$ dá o valor da taxa de mortalidade em 2000.

3.1. Admita que em Portugal a população em 2005 era de 10 milhões de habitantes. Segundo este modelo, quantas crianças morreram nesse ano?
Apresente o resultado arredondado às unidades (se usar cálculos intermédios, conserve duas casas decimais).

3.2. Justifique que a taxa de variação média da função m é sempre negativa a partir do ano 2001, em qualquer intervalo fechado $[a,b]$, contido no seu domínio, sendo a e b números reais, com $a < b$.

1. "*Ao contrário das unidades duras, o 'Detachment' empregava um grande número de mulheres. Estas tinham mais probabilidades de passar por inofensivas e de não inspirar temor quando perseguiam um alvo.*"
O AFEGÃO, Frederick Forsyth

A Soraia seguiu o plano do seu treinador de natação para se preparar para o campeonato em Junho. Ela começou em Maio e, no dia n desse mês, ela nadou (u_n) quilómetros, sendo $u_n =$

A Soraia, que é um bocado preguiçosa, tinha proposto ao seu treinador um outro plano de treinos: 1000 metros no primeiro dia, 1050 metros no segundo dia, $1102,5$ metros no terceiro, $1157,625$ quarto e assim sucessivamente.

Em qual dos planos anteriores a Soraia faria menos quilómetros no **total** no mês de Maio? Justifique convenientemente a resposta.

2. Considere que uma palavra-passe num sítio da internet pode ser formada por três dígitos (com algarismos e/ou letras das 23 existentes). Ao escolher uma aleatoriamente, qual é a probabilidade de ela ter, pelo menos, uma letra? Apresente o resultado em percentagem, arredondado às unidades.

3. Segundo o Instituto da Mobilidade e dos Transportes Terrestres (IMTT), a evolução do número de veículos de passageiros (ligeiros e mistos) em circulação é dada, desde 1998 até 2008, através da tabela ao lado.

Ano	**N.º de veículos** (em milhões)
1998	
1999	
2000	
2001	
2002	
2003	
2004	
2005	
2006	
2007	
2008	

3.1. Admita que a evolução do número de veículos ligeiros e mistos é bem modelada por uma função exponencial, em que a variável independente designa o número de anos após 1998. Estime o número de veículos em circulação no presente ano (2010).

Recorra à calculadora e utilize a regressão exponencial para determinar a expressão de uma função que se ajuste aos dados da tabela, percorrendo as seguintes etapas:

- considere o ano 1998 como o ano 0, 1999 como o ano 1 e assim sucessivamente até 2008 (ano 10);
- escreva essa expressão (apresente os valores numéricos envolvidos na expressão e fornecidos pela calculadora, com três casas decimais);
- usando essa expressão, estime o número de veículos em circulação em 2010 (apresente o resultado em milhões de veículos, arredondado às décimas).

3.2. Um outro modelo que pode representar o número de veículos de passageiros em circulação, t anos após 1998, é dado pela função definida por

$v(t) =$, sendo k uma constante não nula a determinar.

Tendo por base o número de veículos em 2006, determine o valor de k (arredondado às centésimas) e explique o seu significado no contexto do problema.

4. Numa certa localidade costeira, foi possível medir o nível médio das suas águas (em milímetros) de 1990 a 2005, sendo este dado, após t anos, pela função definida por

$$n(t) =$$

$n(0)$ representa o nível médio das águas dessa localidade no início de 1990.

4.1. Calcule e interprete a taxa média de variação da função n em $[0,3]$.

4.2. Determine o nível mínimo, em milímetros e arredondado às décimas, das águas da localidade. Em que ano é que se verificou esse nível mínimo?

4.3. **Recorrendo às capacidades gráficas da calculadora,** determine durante quanto tempo é que, no século passado, o nível médio das águas foi superior a $203\ mm$.

Escreva o resultado final em anos e meses (com o número de meses arredondado às unidades).

Apresente todos os elementos recolhidos na utilização da calculadora, nomeadamente o gráfico, ou gráficos, obtidos, bem como as coordenadas dos pontos relevantes para a resolução do problema (apresente as abcissas com três casas decimais).

5. A empresa FIAMBRAL vende fiambre da perna e fiambre da pá.

Para produzir cada tonelada diária de fiambre da perna, a FIAMBRAL:
• necessita de 7 toneladas de várias carnes de porco;
• tem um custo de 1800 euros;
• gera um lucro de 1000 euros.

Para produzir cada tonelada diária de fiambre da pá, a FIAMBRAL:
• necessita de toneladas de várias carnes de porco;
• tem um custo de euros;
• gera um lucro de euros.

Além disso, diariamente a empresa FIAMBRAL:
• dispõe de 270 toneladas de carnes de porco;
• tem de produzir**, no mínimo**, 35 toneladas de fiambre;
• tem 60000 euros para investir na produção das duas qualidades de fiambre.

Representando por x o número de toneladas diárias de fiambre da perna e por y o número de toneladas diárias de fiambre da pá produzidos pela empresa FIAMBRAL, quais devem ser os seus valores de modo a maximizar o seu lucro?

Percorra, sucessivamente, as seguintes etapas:
- indique as restrições do problema;
- indique a função objectivo;
- represente graficamente a região admissível, referente ao sistema de restrições;
- indique os valores das variáveis para os quais é máxima a função objectivo.