Escola Básica e Secundária Dr. Ângelo Augusto da Silva

Resumo do 3.º mini-teste e 3.º teste de Matemática B

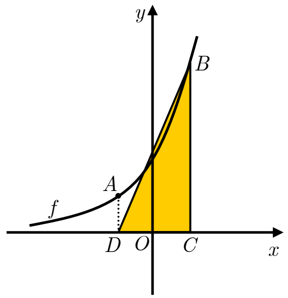
12.º ano

1. *“Uns vinte e cinco quilómetros a sul da capital do distrito, algures no triângulo esconso formado pela estrada Tete-Beira e confluência dos rios Zambeze e Luenha, dois* Fiat G-91 *da Força Aérea despejam, em voo rasante, bombas incendiárias.”*

OS DIAS DO FIM, Ricardo de Saavedra

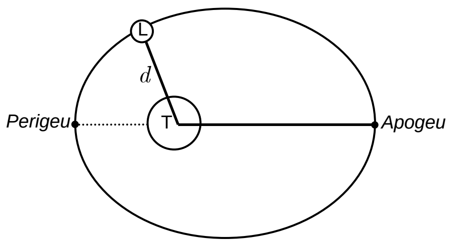
No referencial da figura ao lado está o triângulo $[BCD]$ e parte do gráfico da função f. Sabe-se que:

- $f(x) = 5^x$;
- os pontos A e B pertencem ao gráfico de f ;
- as abcissas dos pontos A e D são iguais;
- a ordenada do ponto A é igual a $\frac{1}{2}$;
- as abcissas dos pontos B e C são iguais a $\frac{1}{2}$.



Mostre que a área do triângulo $[BCD]$ é igual a e determine um seu valor aproximado às centésimas.

2. Como sabe, a Lua descreve uma órbita elíptica em torno da Terra. Na elipse da figura está representado um esquema dessa órbita, estando também assinalados dois pontos: o *apogeu*, que é o ponto da órbita mais afastado da Terra e o *perigeu*, que é o ponto da órbita mais próximo da Terra.



Admita que a distância, em milhares de quilómetros, da Terra à Lua, é (aproximadamente) dada, em função de t , por

$$d =$$

(Neste modelo matemático, $t \in [-3, 27]$ e t representa um dia do mês de Novembro ou de Dezembro de 2008; sabe-se que $t = 0$ corresponde a distância da Terra à Lua no dia 30 de Novembro de 2008, $t = 1$ corresponde a distância no dia 1 de Dezembro de 2008, e assim sucessivamente.)

2.1. No final de 2008, foi noticiado que a Lua passou no *perigeu*. Indique o dia e o mês e também a distância que a Lua esteve da Terra (em milhares de quilómetros).

2.2. Calcule a taxa média de variação em $[0, 10]$. Interprete-a no contexto do problema.

2.3. Suponha que, nos mesmos dias, a distância de um pequeno asteróide à Terra foi dado, também em função de t e também em milhares de quilómetros, por

$$a =$$

Sabe-se que, em Dezembro de 2008, a distância do asteróide à Terra foi inferior à distância da Lua à Terra. Durante quantos dias (aproximadamente) isto aconteceu?
Recorra à calculadora para responder a esta questão, não esquecendo de apresentar os gráficos utilizados.

3. Numa certa companhia aérea, o preço de uma passagem do Funchal para Lisboa varia à medida que se aproxima o dia da partida.
Admita que, t **dias antes de um passageiro partir** do Funchal para Lisboa nessa companhia aérea, o preço (em euros) da sua passagem é dado aproximadamente pela função definida por

$$p(t) = \quad , \ t \in [0, 80]$$

3.1. Uma pessoa quer viajar no dia 31 de Maio. Qual é a diferença de preços entre a passagem comprada nesse dia e outra no dia 17 de Maio? Apresente a resposta em euros, arredondado aos cêntimos do euro.

3.2. A função p' é positiva num certo intervalo $[a, b]$. Recorrendo à calculadora, determine os valores de a e de b (arredondados às décimas).
Interprete-os no contexto deste problema.

3.3. O Porfírio quer viajar daqui a dois meses. Se ele conhecer este modelo matemático, em que dia deverá o Porfírio comprar a passagem? Qual será o seu preço?

1. O número de pessoas que passou pela portão principal de uma grande loja foi dado, num certo dia e n horas depois das 10 horas da manhã, pela progressão aritmética definida por

$$a_n =$$

Até uma certa hora n, o número **total** de pessoas que passou no portão principal (desde as 10 horas da manhã) tinha sido igual a 168.
Determine a que horas isso aconteceu.

2. "*- Estávamos todos de acordo, os dois metralhadores, o piloto e o co-piloto, apesar de as probabilidades não serem muito grandes, em virtude de não termos cobertura. Mas mesmo assim fomos, para tentar recolhê-los.*"

A MANCHA HUMANA, Philip Roth

Uma companhia aérea tem nos seus quadros dezasseis pilotos (doze homens e quatro mulheres). Vão ser escolhidos dois deles para um voo.
Qual é a probabilidade de serem um homem e uma mulher? Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

3. "*O truque para viver sozinho aqui em cima, longe de todas as perturbadoras confusões, seduções e expectativas, afastado, sobretudo, da própria intensidade, consiste em organizar o silêncio, em pensar na sua plenitude de cume de montanha como capital, no silêncio como riqueza crescendo exponencialmente.*"

A MANCHA HUMANA, Philip Roth

Em 1980, uma vila tinha um certo número de habitantes e esse número tem vindo a aumentar segundo um modelo logístico do tipo $a, b > 0$.

Sabe-se que em 1990 havia 13 mil habitantes na vila e que não é possível a vila ter mais do que 20 mil habitantes.
Seja f a função que dá o número de habitantes da vila (em milhares), t anos após o início de 1980.

3.1. Justifique que f é dada, aproximadamente, por $f(t) =$
Nos cálculos intermédios, conserve, pelo menos, três casas decimais.

3.2. Segundo este modelo, quando é que a vila irá ter mais oitenta por cento de habitantes em relação número no início da contagem? Apresente o ano e o mês em que isso acontecerá.
Nos cálculos intermédios, conserve, pelo menos, duas casas decimais.

4. Registou-se o número de votantes que exerceram o seu direito numa secção de voto através da seguinte tabela:

Hora	8	9	10	11	12	13	14
N.º de votantes							

Admita que a evolução do número de votantes é bem modelada por uma função logarítmica, em que a variável independente designa o número de horas após as 7 horas da manhã.

Quantas pessoas tinham votado nessa secção à hora do seu fecho, às 20 horas?

Recorra à calculadora e utilize a regressão logarítmica para determinar a expressão de uma função que se ajuste aos dados da tabela, percorrendo as seguintes etapas:

Testes de Matemática B do 12.º ano: enunciados e resoluções (2008/2009)

- considere as 8 horas como a hora 1, as 9 horas como a hora 2 e assim sucessivamente até 7 (hora 14);
- escreva essa expressão (apresente os valores numéricos envolvidos na expressão e fornecidos pela calculadora, com duas casas decimais);
- usando essa expressão, estime o número de votantes às 20 horas (apresente o resultado arredondado às unidades).

5. Num pequeno restaurante, existem dois pratos do dia a ter em conta pelos clientes: o prato Crise e o prato Normal.

O prato Crise é confeccionado com 30 g de batatas e 40 g de salsichas e o prato Normal é confeccionado com 50 g de batatas e 100 g de salsichas.

Para cada dia, existem, no **mínimo**, 2,5 kg de batatas e 5 kg de salsichas para fazerem os pratos.

Cada prato Crise custa euros a ser confeccionado e cada prato Normal custa euros.

Represente por x o número de pratos Crise e por y o número de pratos Normal a serem confeccionados diariamente nesse restaurante.

Quantos pratos de cada tipo devem ser confeccionados de modo que o restaurante minimize os custos diários com as batatas e as salsichas?

Percorra, sucessivamente, as seguintes etapas:

- indique as restrições do problema;
- indique a função objectivo;
- represente graficamente a região admissível, referente ao sistema de restrições;
- indique os valores das variáveis para os quais é mínima a função objectivo.