



2.º TESTE DE MATEMÁTICA B

12.º 5 e 12.º 6

1.º Período

13/12/06

Duração: 90 minutos

Nome: _____

Turma: _____

N.º: _____

Classificação:

--	--

,

--

O professor: _____

Em todas as questões da prova, apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e todas as justificações necessárias.

Apresente uma resposta a cada item. Se escrever mais do que uma resposta, deve indicar de forma inequívoca a que pretende que seja classificada (riscando todas as que pretende anular).

Sempre que, na resolução de um problema, recorrer à sua calculadora, apresente todos os elementos recolhidos na sua utilização. Mais precisamente:

- sempre que recorrer às capacidades gráficas da sua calculadora, apresente o gráfico, ou gráficos, obtido(s), bem como coordenadas de pontos relevantes para a resolução do problema proposto (por exemplo, coordenadas de pontos de intersecção de gráficos, máximos, mínimos, etc.);
- sempre que recorrer a uma tabela obtida na sua calculadora, apresente todas as linhas da tabela relevantes para a resolução do problema proposto;
- sempre que recorrer a estatísticas obtidas na sua calculadora (média, desvio padrão, coeficiente de correlação, declive e ordenada na origem de uma recta de regressão, etc.), apresente as listas que introduziu na calculadora para as obter.

1. “Este raptor exigiu pedras não lapidadas de um quinto de quilate a meio quilate e de qualidade média.”

O NEGOCIADOR, Frederick Forsyth

Um joalheiro constatou que o peso dos seus 1300 diamantes que tem para a venda segue uma distribuição aproximadamente normal, de valor médio 0,5 quilates.

- 1.1.** Admita que o joalheiro tem 30% de diamantes com peso superior a 0,6 quilates. Escolhido, aleatoriamente, um desses diamantes, qual é a probabilidade de ele ter um peso entre 0,4 e 0,5 quilates?
- 1.2.** Suponha agora que o desvio padrão desta distribuição é igual a 0,2 quilates.
 - 1.2.1. Recorrendo à calculadora,** determine a probabilidade de, escolhendo um diamante ao acaso, ele ter um peso compreendido entre 0,6 e 0,8 quilates. Apresente o resultado na forma de dízima, arredondado às centésimas.
 - 1.2.2.** Quantos diamantes (aproximadamente) tem o joalheiro com peso inferior a 0,3 quilates?

2. Admita que o número de assinantes de telemóvel em Portugal é dado, em **milhares** e após n anos a partir do início de 2000, pela sucessão definida por $a_n = 9400 - \frac{1400}{n}$.

- 2.1.** Segundo este modelo matemático, quantas pessoas eram assinantes de telemóveis no início deste ano? Apresente o resultado em milhares de assinantes, arredondado às décimas.
- 2.2.** Em que ano está previsto haver 9225 milhares de assinantes de telemóveis?
- 2.3.** Segundo os Censos 2001, havia em Portugal 10.356.117 pessoas residentes (em 2001). Ao escolher, ao acaso, uma dessas pessoas, qual foi a probabilidade de ela ter sido uma assinante de telemóvel? Apresente o resultado em percentagem, arredondado às unidades.

3. Agora que está no ensino superior, o Adalberto vai começar a guardar dinheiro mensalmente. Sabe-se que a sucessão (d_n) que dá a quantia (em euros) que o Adalberto guarda no mês n está definida por recorrência

da seguinte maneira:
$$\begin{cases} d_1 = 150 \\ d_{n+1} = d_n + 40 \end{cases}, n \in \mathbb{N}$$

3.1. Quanto euros irá o Adalberto guardar durante o quinto mês?

3.2. Justifique que $d_n = 40n + 110$

3.3. Calcule a quantia total que o Adalberto irá ter quando acabar o curso, ou seja, daqui a exactamente 4 anos.

4.



O número de clientes de uma empresa varia, ao longo dos anos, segundo a seguinte tabela:

	1º ano	2º ano	3º ano	4º ano	5º ano	6º ano
Nº de clientes (em centenas)	2	6	12	20	30	42

Seja (c_n) a sucessão que dá o número de clientes, em centenas, da empresa no n – ésimo ano.

4.1. Justifique que a sucessão (c_n) **não é** uma progressão aritmética.

4.2. Escreva, por recorrência, a sucessão (c_n) .

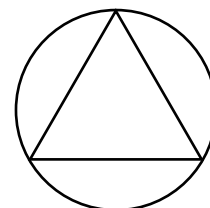
Sugestão: Escreva primeiro c_2 em função de c_1 , c_3 em função de c_2 , c_4 em função de c_3 , etc.

4.3. Usando o modo estatístico da calculadora, indique o termo geral de (c_n) , sabendo que os pontos do seu gráfico estão sobre uma parábola. Indique como procedeu.

5. “Dentro do círculo de ruas que rodeiam o parque fica um outro círculo, e no interior deste, porém a grandes distâncias, ficam o triângulo equilátero do Jardim Zoológico de Londres, o lago com os seus três braços e quatro ilhas e, em torno dos jardins ornamentais, uma estrada que, no mapa, parece uma roda com dois raios.”

AS CHAVES DA RUA, Ruth Rendell

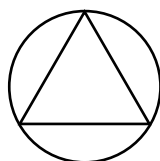
Na figura ao lado, a circunferência tem raio r . Assim, é fácil de constatar que o triângulo equilátero inscrito na circunferência tem lado $\sqrt{3} r$.



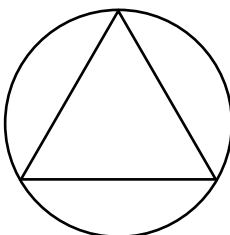
Considere a sucessão seguinte em que, em cada fase, é dado o raio da circunferência respectiva:



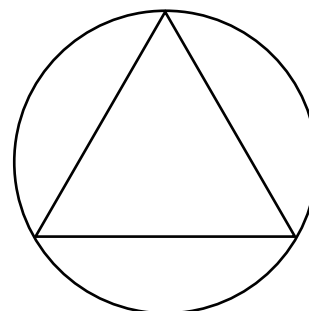
Fase 1
($r = \sqrt{3}$)



Fase 2
($r = \sqrt{12}$)



Fase 3
($r = \sqrt{27}$)



Fase 4
($r = \sqrt{48}$)

Seja (p_n) a sucessão que dá o perímetro do triângulo equilátero na fase n .

Quantas fases são necessárias para que o perímetro total de todos os triângulos seja, pelo menos, igual ao perímetro de uma circunferência de raio 100 ?

Percorra sucessivamente as seguintes etapas:

- Calcule p_1 , p_2 e p_3 e verifique que a sucessão (p_n) é uma progressão aritmética.
- Indique o primeiro termo e a razão dessa progressão.
- Escreva o termo geral de (p_n) .
- Escreva uma condição para resolver a questão apresentada.
- Resolva a condição e responda à questão.

FIM

COTAÇÕES

1.....33	2.....51	3.....51	4.....45	5.....20
1.1.....9	2.1.....16	3.1.....17	4.1.....13	
1.2.1.....11	2.2.....20	3.2.....17	4.2.....16	
1.2.2.....13	2.3.....15	3.3.....17	4.3.....16	