

2.º TESTE DE MATEMÁTICA B

12.º 4



1.º Período

12/12/06

Duração: 90 minutos

www.esaas.com

Nome: _____

N.º: _____

Classificação: ,

O professor: _____

Em todas as questões da prova, apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e todas as justificações necessárias.

Apresente uma resposta a cada item. Se escrever mais do que uma resposta, deve indicar de forma inequívoca a que pretende que seja classificada (riscando todas as que pretende anular).

Sempre que, na resolução de um problema, recorrer à sua calculadora, apresente todos os elementos recolhidos na sua utilização. Mais precisamente:

- sempre que recorrer às capacidades gráficas da sua calculadora, apresente o gráfico, ou gráficos, obtido(s), bem como coordenadas de pontos relevantes para a resolução do problema proposto (por exemplo, coordenadas de pontos de intersecção de gráficos, máximos, mínimos, etc.);
- sempre que recorrer a uma tabela obtida na sua calculadora, apresente todas as linhas da tabela relevantes para a resolução do problema proposto;
- sempre que recorrer a estatísticas obtidas na sua calculadora (média, desvio padrão, coeficiente de correlação, declive e ordenada na origem de uma recta de regressão, etc.), apresente as listas que introduziu na calculadora para as obter.

1. “Tinha lido algures que entre as 3:30 e as 4:30 da madrugada havia mais pessoas a dormir do que noutra altura qualquer. Do ponto de vista estatístico, era mais certo não acontecer nada durante aquele período (...)”

A TRILOGIA DE NOVA IORQUE, Paul Auster

Numa sondagem feita a 700 trabalhadores nocturnos, chegou-se à conclusão que a variável “hora a que se deitam os trabalhadores” segue uma distribuição aproximadamente normal, de valor médio 4 horas.

- 1.1. Admita que, nessa sondagem, 15% dos trabalhadores se deitam antes das 3 horas da manhã. Escolhido, aleatoriamente, um trabalhador participante na sondagem, qual é a probabilidade de ele se deitar entre as 4 horas e as 5 horas da manhã?
- 1.2. Suponha agora que o desvio padrão desta distribuição é igual a 0,5 horas. Quantos trabalhadores (aproximadamente) se deitam depois das 3 horas e trinta minutos da manhã?

2. O Laurindo vai se preparar para os campeonatos e já tem um plano de treino para as flexões. Sabe-se que a sucessão (f_n) que dá o número de flexões diárias do Laurindo após n semanas está definida por

$$\text{recorrência da seguinte maneira: } \begin{cases} f_1 = 10 \\ f_{n+1} = f_n + 3 \end{cases} \quad n \in \mathbb{N}$$

- 2.1. Quantas flexões diárias irá o Laurindo efectuar durante a quinta semana?
- 2.2. Justifique que $f_n = 3n + 7$
- 2.3. Calcule o número total de flexões diárias que fará o Laurindo durante as primeiras 40 semanas de treino.

3. Na geladaria “Lamberta”, há descontos sobre o preço consoante o número total de bolas de gelado compradas por um cliente. Assim, tendo em conta o número n de bolas de gelado compradas, o desconto no preço final é dado, em **percentagem**, pela sucessão definida por

$$d_n = 100 - \frac{900}{n+8}$$

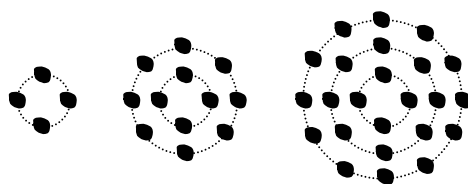
Sem desconto, cada bola de gelado custa 2 euros.

- 3.1. A Cândida vai comprar duas bolas de gelado para si e para cada uma das suas três amigas. Qual é a percentagem de desconto que irá ter?
- 3.2. O Bonifácio vai comprar, para uma festa de anos, uma embalagem com quinze bolas de gelado. Quanto é que ele vai pagar pelos gelados? Apresente o resultado em euros, arredondado às centésimas.
- Nota:** sempre que, nos cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, duas casas decimais.
- 3.3. Num certo momento, um cliente comprou uma ou mais bolas de gelado, tendo obtido um desconto inferior a 40%. Qual foi a probabilidade de esse cliente ter comprado, pelo menos, três bolas de gelado? Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.
- 3.4. É possível comprar um certo número de bolas de gelado e não pagar nada por isso? Justifique a resposta.

4. “O altar ficou no meio de um círculo de pedras (...)”

AVES DE RAPINA, Wilbur Smith

Considere a seguinte sucessão com círculos de pedras:



Como se pode ver, a primeira figura tem 4 pedras, a segunda tem 12, a terceira 24 e assim sucessivamente, isto é: 40; 60; 84; ...

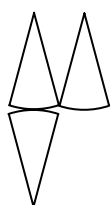
Seja (p_n) a sucessão que dá o número de pedras na figura n .

- 4.1. Justifique que a sucessão (p_n) **não é** uma progressão aritmética.
- 4.2. Escreva, por recorrência, a sucessão (p_n) .
Sugestão: Escreva primeiro p_2 em função de p_1 , p_3 em função de p_2 , p_4 em função de p_3 , etc.
- 4.3. Usando o modo estatístico da calculadora, indique o termo geral de (p_n) , sabendo que os pontos do seu gráfico estão sobre uma parábola. Indique como procedeu.
- 4.4. Será possível construir uma figura com 2.960 pedras? Justifique a resposta.
- Nota:** Se não fez a alínea 4.3., considere $p_n = 3n^2 + 3n$ e o número de pedras igual a 4.215.

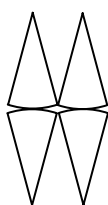
5. A área do sector circular em baixo é dada, em função do seu raio r , por $A = \frac{\pi}{12} r^2$



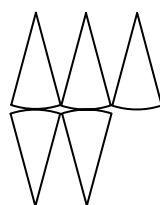
Considere a sucessão seguinte em que, em cada fase, há um certo número de sectores circulares, todos de raio igual a 1 dm :



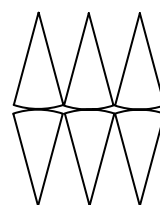
Fase 1



Fase 2



Fase 3



Fase 4

O presidente de uma junta de freguesia pretende construir as primeiras cem fases numa zona da cidade, desde que a área total dos sectores não seja superior a 14 m^2 . Averigúe se tal é possível.

Nota: sempre que, nos cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, quatro casas decimais.

Percorra sucessivamente as seguintes etapas:

- Calcule a área de cada sector circular.
- Verifique que as áreas das figuras em cada fase são termos de uma progressão aritmética e indique o primeiro termo e a razão.
- Calcule o centésimo termo dessa progressão.
- Determine a área total formada pelas primeiras cem fases.
- Responda à questão colocada.
(recorde que $1 \text{ m}^2 = 100 \text{ dm}^2$)

FIM

COTAÇÕES

1.....30	2.....45	3.....55	4.....52	5.....18
1.1.....14	2.1.....15	3.1.....14	4.1.....10	
1.2.....16	2.2.....15	3.2.....16	4.2.....14	
	2.3.....15	3.3.....14	4.3.....14	
		3.4.....11	4.4.....14	