

**2.º TESTE DE MATEMÁTICA B**

www.esffranco.edu.pt

12.º ano

19/03/10 (2.º período)

Duração: 90 minutos

Nome: \_\_\_\_\_ N.º: \_\_\_\_\_ Classificação:

O professor: \_\_\_\_\_

Em todas as respostas, indique todos os cálculos que tiver de efectuar e todas as justificações necessárias.

Sempre que, na resolução de um problema, recorrer à sua calculadora, apresente todos os elementos recolhidos na sua utilização. Mais precisamente:

- sempre que recorrer às capacidades gráficas da sua calculadora, apresente o gráfico, ou gráficos, obtido(s), bem como as coordenadas de pontos relevantes para a resolução do problema proposto (por exemplo, coordenadas de pontos de intersecção de gráficos, máximos, mínimos, etc.);
- sempre que recorrer a uma tabela obtida na sua calculadora, apresente todas as linhas da tabela relevantes para a resolução do problema proposto;
- sempre que recorrer a estatísticas obtidas na sua calculadora (média, desvio-padrão, coeficiente de correlação, declive e ordenada na origem de uma recta de regressão, etc.), apresente as listas que introduziu na calculadora para as obter.

1. Considere as sucessões cujos termos gerais são:

$$a_n = e^n \quad b_n = \ln(n) \quad c_n = 4n - \ln 4 \quad d_n = \frac{e}{n}$$

Das afirmações seguintes, indique, justificando, qual é a verdadeira.

- (A)  $(a_n)$  é uma progressão geométrica e  $(c_n)$  é uma progressão aritmética
- (B)  $(a_n)$  é uma progressão geométrica e  $(d_n)$  é uma progressão aritmética
- (C)  $(b_n)$  é uma progressão geométrica e  $(c_n)$  é uma progressão aritmética
- (D)  $(b_n)$  é uma progressão geométrica e  $(d_n)$  é uma progressão aritmética

2. Em relação a um grupo de alunos do ensino recorrente, sabe-se que a sua idade, em anos, pode ser considerada uma variável bem modelada por uma distribuição normal de valor médio 25 e desvio-padrão 2. Escolhido, ao acaso, um desses alunos, qual é, aproximadamente, a probabilidade de ele ter uma idade entre 27 e 29 anos? Apresente o resultado em percentagem, arredondado às décimas.

3. “- Uma formação de foguetes.(...) As três formações formam um triângulo com cerca de oito quilómetros de lado.”

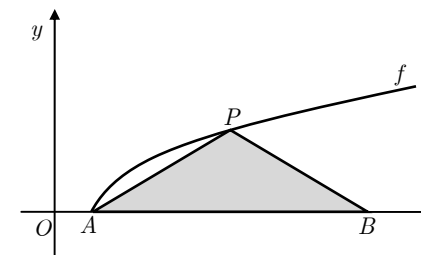
ESTADO DE PÂNICO, Michael Crichton

No referencial o.n.  $xOy$  da figura estão representados:

- parte do gráfico da função  $f$ , de domínio  $\mathbb{R}^+$ , definida por

$$f(x) = \log_2 x;$$

- um triângulo **isósceles**  $[ABP]$  ( $\overline{AP} = \overline{BP}$ ), em que:
  - $A$  é um ponto do gráfico de  $f$  e pertence ao eixo das abcissas;
  - $B$  é um ponto do eixo das abcissas;
  - $P$  é um ponto do gráfico de  $f$ .



Considere que o  $P$  ponto se desloca no primeiro quadrante (eixos não incluídos), ao longo do gráfico de  $f$ .

O ponto  $B$  acompanha o movimento do ponto  $P$ , deslocando-se ao longo do eixo das abcissas, de tal modo que  $\overline{AP}$  permanece sempre igual a  $\overline{BP}$ .

Seja  $g$  a função, de domínio  $\mathbb{R}^+$ , que faz corresponder, à abscissa  $x$  do ponto  $B$ , a área do triângulo  $[ABP]$ .

- 3.1. Mostre que, para cada  $x \in \mathbb{R}^+$ , se tem  $g(x) = \frac{x-1}{2} \times \log_2\left(\frac{x+1}{2}\right)$ .
- 3.2. Calcule a área do triângulo  $[ABP]$  se o ponto  $B$  estiver a 34 unidades de distância do ponto  $A$ . Apresente o resultado arredondado às décimas.
- 3.3. O gráfico de  $f$  contém um único ponto que faz com que a área do triângulo  $[ABP]$  seja igual a quatro unidades de área. Traduza esta situação por meio de uma equação.

Resolva a equação, recorrendo às capacidades gráficas da sua calculadora.

Indique as coordenadas desse ponto com aproximação às décimas.

Reproduza, na folha de respostas, o gráfico, ou os gráficos, visualizado(s) na calculadora, devidamente identificado(s), incluindo o referencial.

Assinale o ponto em que se baseou para dar a sua resposta.

4. A magnitude  $M$  de um sismo (na escala de *Richter*) e a energia total  $E$  libertada por esse sismo estão relacionadas pela equação  $\ln E = 3,44M + 11,17$ .  
A energia  $E$  é medida em Joule.

- 4.1. O sismo que ocorreu na região de Maule (norte do Chile), no dia 27 de Fevereiro de 2010, teve magnitude 8,8, na escala de *Richter*.

Qual foi a energia, em Joule, libertada nesse sismo?

Escreva o resultado em notação científica, isto é, na forma  $a \times 10^b$ , sendo  $b$  um número inteiro, e  $a$  um número entre 1 e 10.

Apresente o valor de  $a$  arredondado às centésimas.

- 4.2. Curiosamente, o mais violento sismo ocorrido até hoje foi também no Chile, a 22 de Maio de 1960, e teve uma magnitude 9,5 na escala de *Richter*.

Sejam  $E_1$  e  $E_2$  as energias libertadas, respectivamente, pelos sismos de 1960 e de 2010.

Determine  $\frac{E_1}{E_2}$ , com aproximação às unidades, e interprete o valor obtido no contexto da situação apresentada.

5. O *Bugatti Veyron* é o automóvel mais rápido do mundo (e também o mais caro).

Admita que,  $t$  segundos após o *Bugatti* começar um teste de velocidade, esta é dada, em quilómetros por hora, por

$$v(t) = 407(1 - e^{-0,11t}).$$

- 5.1. Determine a velocidade do *Bugatti Veyron* um minuto após o início do teste. Apresente o resultado em quilómetros por hora, arredondado às unidades.

- 5.2. Calcule o tempo que o *Bugatti* demora a atingir os cem quilómetros por hora. Apresente o resultado em segundos, arredondado às décimas.



**Nota:** A calculadora pode ser utilizada em eventuais cálculos intermédios; sempre que proceder a arredondamentos, use três casas decimais.

6. Seja  $h$  a função de domínio  $\mathbb{R}$  definida por  $h(x) = 2^x - 2$ .

Num mesmo referencial o.n., esboce:

- o gráfico de  $h$  e as assíntotas (se existirem) do seu gráfico e assinale os pontos de intersecção com os eixos coordenados;
- a bissectriz dos quadrantes ímpares;
- o gráfico da função **inversa** de  $h$  e as assíntotas (se existirem) do seu gráfico e assinale os pontos de intersecção com os eixos coordenados.

FIM

COTAÇÕES

1.....15	2.....15	3.....60	4.....40	5.....40	6.....30
		3.1....20	4.1....15	5.1....15	
		3.2....20	4.2....25	5.2....25	
		3.3....20			