



Escola Básica e Secundária Dr. Ângelo Augusto da Silva (2007/2008)

## 1.º TESTE DE MATEMÁTICA B

12.º 7

www.esaas.com

1.º Período

12/12/07

Duração: 90 minutos

Nome: \_\_\_\_\_

N.º: \_\_\_\_\_

Classificação:   ,

O professor: \_\_\_\_\_

Em todas as questões de cada prova, apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e todas as justificações necessárias.

Apresente uma resposta a cada item. Se escrever mais do que uma resposta, deve indicar de forma inequívoca a que pretende que seja classificada (riscando todas as que pretende anular).

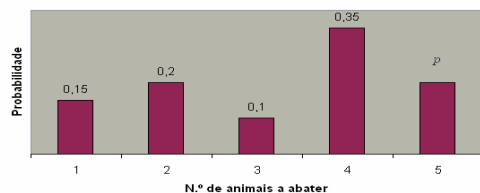
Sempre que, na resolução de um problema, recorrer à sua calculadora, apresente todos os elementos recolhidos na sua utilização. Mais precisamente:

- sempre que recorrer às capacidades gráficas da sua calculadora, apresente o gráfico, ou gráficos, obtido(s), bem como coordenadas de pontos relevantes para a resolução do problema proposto (por exemplo, coordenadas de pontos de intersecção de gráficos, máximos, mínimos, etc.);
- sempre que recorrer a uma tabela obtida na sua calculadora, apresente todas as linhas da tabela relevantes para a resolução do problema proposto;
- sempre que recorrer a estatísticas obtidas na sua calculadora (média, desvio padrão, coeficiente de correlação, declive e ordenada na origem de uma recta de regressão, etc.), apresente as listas que introduziu na calculadora para as obter.

1. “Os restantes animais do enorme rebanho amontoavam-se, não muito longe, numa pequena clareira, cercados por sombria muralha de abetos, triangulares e altos como montanhas.”

O DOUTOR JIVAGO, Boris Pasternak

Devido a uma doença, um criador de gado está a pensar em abater alguns animais pelo que a probabilidade de isso acontecer é dado pelo seguinte gráfico de barras:



Seja  $X$  a variável aleatória «Número de animais a abater pelo criador de gado».

- 1.1. Qual é o valor de  $P(X \leq 2)$ ? Interprete o valor no contexto do problema.

- 1.2. **Recorrendo à sua calculadora**, determine o valor médio e o desvio padrão (ambos arredondados às centésimas). Explique como procedeu, reproduzindo na sua folha de prova as listas que introduziu na calculadora.

2. À porta de uma discoteca, estão vários jovens: 4 rapazes e  $n$  raparigas.

- 2.1. Suponha que  $n = 10$  e considere a seguinte experiência: vão entrar, ao acaso, **dois** jovens na discoteca.

Seja  $Y$  a variável aleatória «Número de raparigas que entram na discoteca».

- 2.1.1. Mostre que  $P(Y = 2) = \frac{45}{91}$  e interprete este valor no contexto do problema.

- 2.1.2. Construa a tabela de distribuição de probabilidades relativa à variável  $Y$ , apresentando as probabilidades na forma de fracção irredutível.

- 2.2. Sabendo que, entre os jovens à porta da discoteca, há 20% de rapazes, quantas raparigas estão no grupo? Justifique.

3. “A casa e o pequeno jardim situavam-se na parte desprezada do parque, que era atravessado por uma rua em semicírculo.”

O DOUTOR JIVAGO, Boris Pasternak

Admita que, num certo país, a variável «área, em metros quadrados, dos parques» segue uma distribuição aproximadamente normal, de média 2000.

- 3.1. Admitindo que 40% dos parques observados têm uma área superior a 2100 m<sup>2</sup>, qual é a probabilidade de, escolhido um dos parques ao acaso, ele ter uma área compreendida entre 1900 m<sup>2</sup> e 2100 m<sup>2</sup>?

- 3.2. Suponha agora que o desvio padrão desta distribuição é igual a 200 metros quadrados.

- 3.2.1. Escolhido, ao acaso, um dos parques observados, qual é a probabilidade de ele ter uma área superior a 1800 m<sup>2</sup>? Apresente o resultado na forma de percentagem, arredondado às unidades.

- 3.2.2. Se soubermos que foram observados 448 parques, quantos deles, aproximadamente, tinham uma área entre 2000 m<sup>2</sup> e 2300 m<sup>2</sup>? Explique como procedeu.

**Nota:** se usar cálculos intermédios, conserve, pelo menos, três casas decimais.

4. As receitas obtidas por uma casa do povo, em milhares de euros, foram dadas,  $n$  anos após o final de 1970, pela sucessão definida por  $r_n = \frac{An+10}{Bn+10}$ , sendo  $A$  e  $B$  dois números positivos.

4.1. Nas duas alíneas seguintes, suponha que  $A = 4$  e  $B = 1$ .

4.1.1. Qual foi o valor da receita da casa do povo no início de 1977?

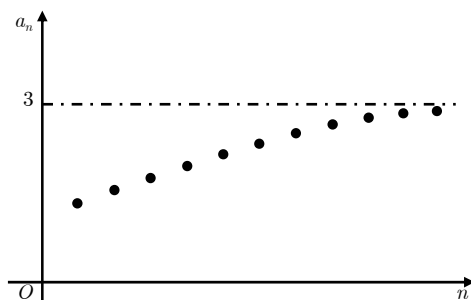
4.1.2. Ao longo dos anos, a casa do povo foi também tendo diversos custos, tendo os responsáveis chegado à conclusão que esses custos, em milhares de euros, foram dados,  $n$  anos após o final de 1970, pela sucessão definida por  $c_n = 3 - \frac{1}{n+10}$

A partir de que ano a casa do povo passou a ter lucro?

*Percorra sucessivamente as seguintes etapas:*

- Resolva a equação  $r_n = c_n$ ;
- Refira a monotonia de ambas as sucessões;
- Responda à questão colocada.

4.2. Em baixo está o gráfico da sucessão  $(r_n)$ . Tal como a figura sugere, a recta  $y = 3$  é uma assíptota do gráfico de  $(r_n)$ .



Sabendo que  $B = 2$ , indique, justificando, o valor de  $A$ .

5. “Além das suas obrigações de médico, tinham-no encarregado da estatística. Quantos questionários, inquéritos, formulários ele foi obrigado a examinar! Quantos boletins ele teve de preencher! A mortalidade, a evolução das epidemias, a situação económica do pessoal, o seu grau de consciência cívica, a sua participação nas eleições, as necessidades de lenha para o aquecimento, de medicamentos, tudo interessava à Repartição de Estatística.”  
O DOUTOR JIVAGO, Boris Pasternak

Numa cidade, o número de pessoas infectadas com uma doença é dado, após  $n$  meses, por

$$d_n = 20n^2 - n^3 \quad (n = 0 \text{ corresponde ao início de Janeiro de 2007})$$

5.1. A cidade tem 30 000 habitantes. Ao escolher um habitante ao acaso, qual foi a probabilidade de ele ter estado infectado no início de Julho deste ano? Apresente o resultado na forma de dízima.

5.2. Resolva a equação  $d_n = 1000$  e interprete a solução (ou as soluções) no contexto do problema.

**Nota:** se usar cálculos intermédios, conserve, pelo menos, duas casas decimais.

6. O número de bactérias numa cultura, em milhares, é dado, após  $n$  horas, pela sucessão  $(b_n)$ , sendo a sua evolução dada pela seguinte tabela:

Número $n$ de horas após	1	2	3	4	5
Milhares de bactérias	3	15	31	51	75

Quantas bactérias estarão nessa cultura após uma semana?

**Sugestão:** Usando o modo estatístico da calculadora, determine o termo geral de  $(b_n)$ , sabendo que essa sucessão é da forma  $b_n = an^2 + bn + c$ ,  $a \neq 0$

FIM

COTAÇÕES

1.....30	2.....42	3.....38	4.....43	5.....30	6.....17
1.1.....15	2.1.1.....14	3.1.....10	4.1.1.....13	5.1.....15	
1.2.....15	2.1.1.....16	3.2.1.....13	4.1.2.....17	5.2.....15	
	2.2.....12	3.2.2.....15	4.2.....13		