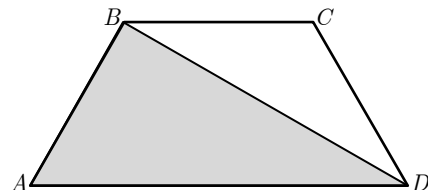


Itens para os testes de 11.º ano  
Trigonometria – Matemática B  
2010/2011

1. Na figura está representado o trapézio isósceles  $[ABCD]$  em que se tem:

$$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \frac{\overline{AD}}{2}$$

Seja  $a$  a área do trapézio  $[ABCD]$  e  $b$  a área do triângulo  $[ABD]$ .



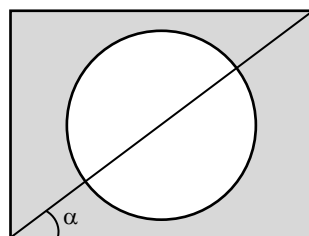
1.1. Mostre que  $a = \frac{3}{2}b$

1.2. Calcule a amplitude do ângulo  $BAD$ .

1.3. Justifique que o triângulo  $[ABD]$  é rectângulo em  $B$ .

1.4. Suponha agora que  $\overline{AD} = 10$ . Calcule o valor de  $a$

2. Na figura ao lado, a circunferência e o rectângulo têm o mesmo centro. Sendo  $r$  o raio da circunferência, sabe-se que ele é igual a um quarto do comprimento da diagonal do rectângulo. Seja  $\alpha$  a amplitude do ângulo formado pela diagonal e o comprimento do rectângulo.



2.1. Escreva uma expressão para o comprimento do rectângulo em função de  $\alpha$  e de  $r$ .

2.2. Escreva uma expressão para a largura do rectângulo em função de  $\alpha$  e de  $r$ .

2.3. Mostre que a área da zona a sombreado é dada por  $r^2(16 \sin \alpha \cos \alpha - \pi)$

2.4. Determine a área da zona a sombreado se o rectângulo for um quadrado de lado 1.

3. Considere a função, definida em  $\mathbb{R}$ , por

$$f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cos(x - \pi) + \sin\left(-\frac{4\pi}{3}\right) \times \cos(2\pi - 2x) + x \operatorname{tg} \frac{13\pi}{4}$$

3.1. Mostre que, para qualquer  $x \in \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos(2x)$

3.2. Determine, em  $\left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$ , as coordenadas do ponto de intersecção entre o gráfico de  $f$  e a bissetriz dos quadrantes ímpares.

3.3. Determine, em  $\left]0, \frac{\pi}{4}\right[$ , a ordenada do ponto de intersecção entre o gráfico de  $f$  e o da função definida por  $g(x) = x + \frac{\sqrt{3}}{4 \operatorname{tg}(2x)}$

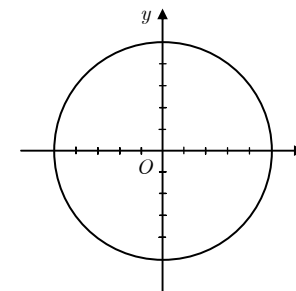
4. Considere os ângulos de amplitude  $\alpha$  e  $\beta$  tais que:

- $\alpha \in ]0, \pi[ \wedge \cos \alpha = \frac{1}{5}$

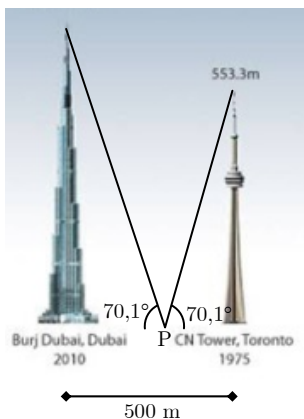
- $\beta \in \left] \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \right[ \wedge \sin \alpha = -\frac{3}{5}$

4.1. No círculo trigonométrico ao lado, **represente**, a lápis, os ângulos  $\alpha$  e  $\beta$ .

4.2. Determine os valores de  $\alpha$  e de  $\beta$  no sistema circular. Apresente o resultado arredondado às centésimas.



5. Em Janeiro deste ano foi inaugurado no Dubai, o agora edifício mais alto do mundo construído pelo Homem, o *Burj Khalifa* (destronando do primeiro lugar a *CN Tower*, no Canadá).  
Admita que os dois edifícios se encontram na mesma cidade a uma distância de 500 metros.



Como se pode observar pela figura, existe um ponto  $P$  que está a uma certa distância do *Burj Khalifa* e a uma outra distância da *CN Tower* mas cuja inclinação vista a partir desse ponto em relação aos topos dos edifícios é a mesma:  $70,1^\circ$ .

Determine, em metros, a altura do *Burj Khalifa* (arredondado às unidades) sabendo que a altura da *CN Tower* é igual a 553,3 metros. Em cálculos intermédios, considere duas casas decimais.

6. A senhora Bernardina começou a andar às 10 horas e trinta minutos, altura em que o número das suas pulsações por minuto começou a subir. Depois de alguns minutos, a sra. Bernardina parou e as pulsações diminuíram, tendo estas voltado a aumentar quando a sra. Bernardina recomeçou a andar, agora um pouco mais depressa.

Considere que o número de pulsações por minuto da sra. Bernardina foi dada, após  $t$  minutos, pela função definida por

$$p(t) = 80 + 0,4t + 5 \operatorname{sen}(0,25t) \quad (\text{a variável } t \text{ vem em radianos})$$

- 6.1. Determine as pulsações da sra. Bernardina às 10 horas e quarenta minutos. Apresente o resultado arredondado às unidades.
- 6.2. Mostre que  $p(t + 8\pi) - p(t)$  é constante e calcule o seu valor e arredondado às unidades. Interprete-o no contexto do problema.
- 6.3. Recorrendo à calculadora, calcule durante quanto tempo a sra. Bernardina esteve parada pela primeira vez. Apresente o resultado em minutos e arredondado às décimas. Apresente o(s) gráfico(s) visualizado(s) na calculadora e assinale os pontos relevantes para a resolução do problema e as suas abcissas arredondadas às décimas.