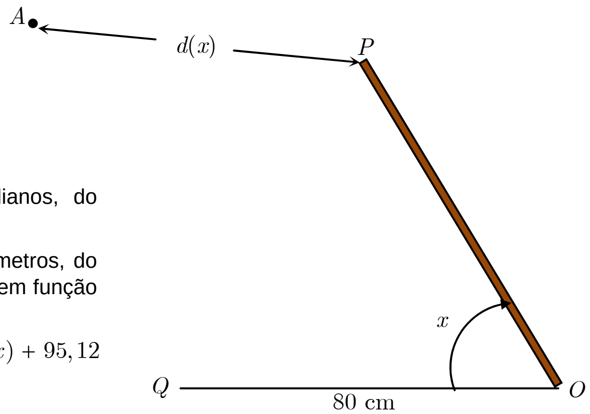
6. Uma porta com 80 centímetros de comprimento abre-se fazendo um certo ângulo com o seu lugar de origem, como se pode ver na figura ao lado. Tal como a figura sugere:

- O é o ponto fixo da porta;
- P é um ponto no extremo da porta;
- Q é um ponto que coincide com o ponto P quando a porta se encontra fechada;
- x é a amplitude, em radianos, do ângulo POQ ;
- $d(x)$ é a distância, em centímetros, do ponto P a um certo ponto A em função de x ;
- $d(x) = 45,22\cos(4,45 - 2x) + 95,12$ em $[0,2]$.



Na resolução das alíneas seguintes, sempre que usar cálculos intermédios, conserve pelo menos duas casas decimais.

6.1. Determine a distância do ponto P ao ponto A quando $P\hat{O}Q = 50°$, apresentando o resultado em centímetros, arredondado às centésimas.

6.2. Sem usar a calculadora (exceto para cálculos numéricos), calcule a amplitude do ângulo POQ quando a distância do ponto P ao ponto A é igual a 1 metro.
Apresente o resultado no sistema circular, arredondado às centésimas.

6.3. Num certo instante, a porta encontra-se de tal maneira que a distância do ponto P ao ponto Q é igual a 1 metro. Qual é a distância do ponto P ao ponto A?
Apresente o resultado em centímetros, arredondado às décimas.

7. Considere, em $\mathbb{R}$, a equação trigonométrica $\operatorname{sen} x = \frac{\pi}{3}$

Quantas soluções tem essa equação no intervalo $[0,\pi]$?

(A) 0 **(B)** 1 **(C)** 2 **(D)** 3

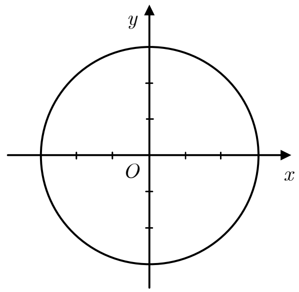
8. Considere, em $\mathbb{R}$, a equação trigonométrica $\cos x = -\frac{\pi}{4}$

Quantas soluções tem essa equação no intervalo $[-3\pi,\pi]$?

(A) 0 **(B)** 2 **(C)** 4 **(D)** 6

9. Considere os ângulos de amplitude α e β tais que:

- $\alpha \in]-\pi, 0[\wedge \cos\alpha = -\frac{5}{6}$
- $\beta \in \left]\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right[\wedge \operatorname{sen}\beta = \frac{1}{3}$

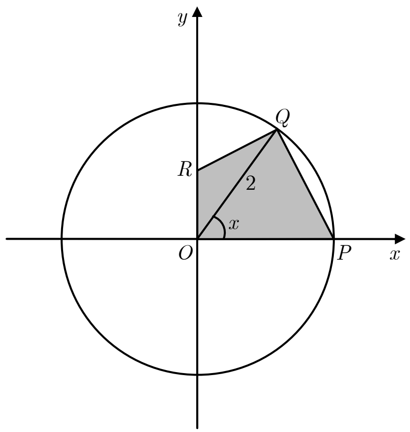


9.1. No círculo trigonométrico ao lado, represente, a lápis, os ângulos α e β

9.2. Determine os valores de α e de β no sistema circular. Apresente o resultado arredondado às centésimas.

9.3. Calcule o valores exatos de $\operatorname{tg}\alpha$ e de $\cos\beta$

10. Na figura está representado uma circunferência com centro no ponto O e **raio** 2 e um polígono a sombreado $[OPQR]$



Tal como é sugerido pela figura:

- $[OP]$ e $[OQ]$ são raios;
- P pertence ao eixo Ox ;
- R tem coordenadas $(0,1)$;

Considere que o ponto Q se desloca no primeiro quadrante.

Para cada posição do ponto Q, seja x a amplitude, em radianos, do ângulo POQ $\left(x \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[\right)$ e seja f a área do polígono $[OPQR]$ em função de x

10.1. Mostre que $f(x) = 2\operatorname{sen} x + \cos x$

Sugestão: divida o polígono em dois, considerando um ponto A, projeção do ponto Q no eixo Ox, e comece por provar que $\overline{AQ} = 2\operatorname{sen} x$ e $\overline{AO} = 2\cos x$

10.2. Sem usar a calculadora, determine a área do polígono $[OPQR]$ quando as duas coordenadas do ponto Q são iguais.

10.3. Sem usar a calculadora, determine a área do polígono $[OPQR]$ se $\operatorname{tg}(\pi - x) = -\frac{4}{3}$

10.4. Recorra à calculadora para determinar graficamente as soluções da equação que lhe permite resolver o seguinte problema:

Quais são os valores, em radianos, de x, para que a área do polígono $[OPQR]$ seja igual a $2,1$?

Apresente todos os elementos recolhidos na utilização da calculadora, nomeadamente o gráfico(s) obtido(s).
Apresente os resultados na forma de dízima, arredondado às centésimas.

10.5. Considere agora a funções, ambas de domínio $\mathbb{R}$, definidas por

$$F(x) = 2\operatorname{sen} x + \cos x \quad \text{e por} \quad G(x) = 2\operatorname{sen} x - \cos x - \sqrt{3}$$

Sem usar a calculadora, determine todas as abcissas dos pontos de intersecção entre os gráficos de F e G

11. Admita que, num certo dia, a temperatura, em graus Celsius (°C), num laboratório, é dada por

$$f(t) = 20 + 4\cos\left[\frac{\pi(t+10)}{12}\right] \quad \text{com } t \in [0, 24]$$

Nesta expressão:

- a variável t representa o tempo, em horas, contado a partir das zero horas desse dia;
- o argumento da função co-seno é medido em radianos.

11.1. Entre as 6 e as 10 horas da manhã, a temperatura no laboratório aumentou. De quanto foi esse aumento de temperatura?

11.2. Sem usar a calculadora, determine a que horas se registou, no laboratório, a temperatura de $20\ ^{\circ}\mathrm{C}$.

11.3. Pretende-se desenvolver uma cultura de bactérias no mesmo laboratório. Para o efeito, devem ser respeitadas as seguintes condições, relativamente à temperatura no laboratório naquele dia.

I) a temperatura não pode ser superior a 22 °C mais de 10 horas consecutivas;

II) a diferença entre os valores das temperaturas máxima e mínima não pode ultrapassar 9 °C;

III) nas primeiras 5 horas do dia, a temperatura tem de ser sempre inferior a 19 °C.

Elabore uma pequena composição na qual refira se cada uma das condições, I), II) e III), é ou não cumprida, explicitando, para cada caso, uma razão que fundamente a sua resposta.

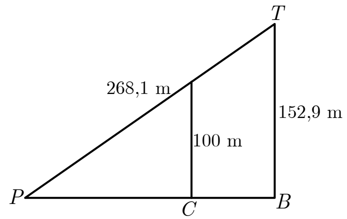
(Exame de Matemática B, fase especial 2009 – adaptação)

12. O teleférico do Garajau sai de um lugar a $152{,}9$ metros de altura (ponto T no esquema em baixo) e percorre $268{,}1$ metros até à praia do Garajau (ponto P).

Admita que existe um posto de controlo (ponto C) quando o teleférico passa a exatamente a 100 metros de altura.

12.1. Determine, arredondado à décima do grau, a amplitude do ângulo que o caminho percorrido pelo teleférico faz com a horizontal.

12.2. Calcule a distância da praia ao posto de controlo. Apresente o resultado em metros, arredondado às unidades.



13. O escorrega $[AD]$ da figura do lado faz um ângulo de $38°$ com a horizontal. O segmento $[AC]$ representa um varão, cuja base se encontra a 4 metros do ponto D

Dois amigos, o Luisinho e a Aninhas, partem, respetivamente, do ponto A e do ponto B do varão (a uma certa altura do solo), percorrendo a mesma distância até chegar ao ponto D: O Luisinho vai pelo escorrega e a Aninhas pelo varão.

A que distância do ponto A sai a Aninhas?

Se usar cálculos intermédios, conserve, pelo menos, duas casas decimais.