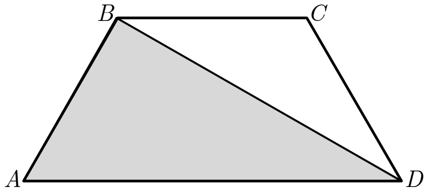
www.esffranco.edu.pt

Itens para os testes de 11.º ano
Trigonometria – Matemática A
2010/2011

1. Na figura está representado o trapézio isósceles $[ABCD]$ em que se tem:

$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \dfrac{\overline{AD}}{2}$

Seja a a área do trapézio $[ABCD]$ e b a área do triângulo $[ABD]$.



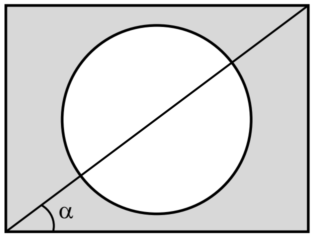
1.1. Mostre que $a = \dfrac{3}{2}b$

1.2. Calcule a amplitude do ângulo BAD.

1.3. Justifique que o triângulo $[ABD]$ é rectângulo em B.

1.4. Suponha agora que $\overline{AD} = 10$. Calcule, sem usar a calculadora, o valor de a

2. Na figura ao lado, a circunferência e o rectângulo têm o mesmo centro. Sendo r o raio da circunferência, sabe-se que ele é igual a um quarto do comprimento da diagonal do rectângulo. Seja α a amplitude do ângulo formado pela diagonal e o comprimento do rectângulo.



2.1. Escreva uma expressão para o comprimento do rectângulo em função de α e de r.

2.2. Escreva uma expressão para a largura do rectângulo em função de α e de r.

2.3. Mostre que a área da zona a sombreado é dada por $r^2(16\,\text{sen}\,\alpha\cos\alpha - \pi)$

2.4. Determine a área da zona a sombreado se o rectângulo for um quadrado de lado 1.

3. Considere a função, definida em $\mathbb{R}$, por

$$f(x) = \text{sen}\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cos(x - \pi) + \text{sen}\left(-\frac{4\pi}{3}\right) \times \cos(2\pi - 2x) + x\,\text{tg}\,\frac{13\pi}{4}$$

3.1. Mostre que, para qualquer $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = x + \dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos(2x)$

3.2. **Sem usar a calculadora**, determine, em $\left[\dfrac{\pi}{2}, \pi\right]$, as coordenadas do ponto de intersecção entre o gráfico de f e a bissectriz dos quadrantes ímpares.

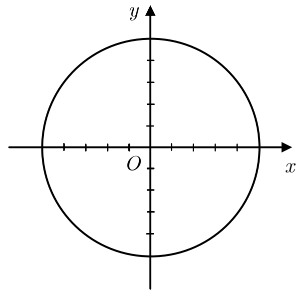
3.3. **Sem usar a calculadora**, determine, em $\left]0, \dfrac{\pi}{4}\right[$, a ordenada do ponto de intersecção entre o gráfico de f e o da função definida por $g(x) = x + \dfrac{\sqrt{3}}{4\text{tg}(2x)}$

4. Considere os ângulos de amplitude α e β tais que:

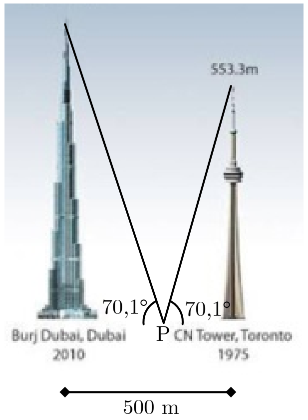
- $\alpha \in]0, \pi[\wedge \cos\alpha = \dfrac{1}{5}$
- $\beta \in \left]\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{3\pi}{2}\right[\wedge \text{sen}\,\alpha = -\dfrac{3}{5}$

4.1. No círculo trigonométrico ao lado, **represente**, a lápis, os ângulos α e β.

4.2. Determine os valores de α e de β no sistema circular. Apresente o resultado arredondado às centésimas.



5. Em Janeiro deste ano foi inaugurado no Dubai, o agora edifício mais alto do mundo construído pelo Homem, o *Burj Khalifa* (destronando do primeiro lugar a *CN Tower*, no Canadá).
Admita que os dois edifícios se encontram na mesma cidade a uma distância de 500 metros.



Como se pode observar pela figura, existe um ponto P que está a uma certa distância do *Burj Khalifa* e a uma outra distância da *CN Tower* mas cuja inclinação vista a partir desse ponto em relação aos topos dos edifícios é a mesma: 70,1°.

Determine, em metros, a altura do *Burj Khalifa* (arredondado às unidades) sabendo que a altura da *CN Tower* é igual a 553,3 metros. Em cálculos intermédios, considere duas casas decimais.

6. A senhora Bernardina começou a andar às 10 horas e trinta minutos, altura em que o número das suas pulsações por minuto começou a subir. Depois de alguns minutos, a sra. Bernardina parou e as pulsações diminuíram, tendo estas voltado a aumentar quando a sra. Bernardina recomeçou a andar, agora um pouco mais depressa.
Considere que o número de pulsações por minuto da sra. Bernardina foi dada, após t minutos, pela função definida por

$$p(t) = 80 + 0,4t + 5\,\mathrm{sen}(0,25t) \qquad \text{(a variável } t \text{ vem em radianos)}$$

6.1. Determine as pulsações da sra. Bernardina às 10 horas e quarenta minutos. Apresente o resultado arredondado às unidades.

6.2. Mostre que $p(t+8\pi) - p(t)$ é constante e calcule o seu valor e arredondado às unidades. Interprete-o no contexto do problema.

6.3. Recorrendo à calculadora, calcule durante quanto tempo a sra. Bernardina esteve parada pela primeira vez. Apresente o resultado em minutos e arredondado às décimas. Apresente o(s) gráfico(s) visualizado(s) na calculadora e assinale os pontos relevantes para a resolução do problema e as suas abcissas arredondadas às décimas.