18. O binário de um automóvel é a energia produzida pelo seu motor em cada rotação da cambota e serve para provocar o movimento das rodas do veículo.
Admita que o binário de um modelo do *Peugeot 406* é dado, em *Newtons metro*, pela função definida por

$$b(x) =$$

x representa o número de rotações por minuto, em milhares, da cambota do motor, $x \in [0, 8]$

18.1. Quando o número de rotações por minuto passa de 1000 para 4500, o binário aumenta. Determine o valor desse aumento, apresentando o resultado em *Newtons metro* arredondados às unidades.

Nota: Se proceder a arredondamentos, use aproximações às centésimas.

18.2. Usando processos exclusivamente analíticos, determine o número de rotações por minuto da cambota que maximiza o binário deste modelo do *Peugeot 406*.

19. Considere a função, de domínio $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, definida por $f(x) =$

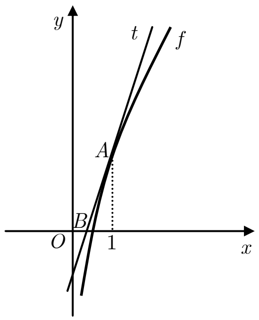
Resolva, **usando exclusivamente métodos analíticos,** os itens seguintes.

19.1. Estude a função f quanto à existência de assimptotas do seu gráfico.

19.2. Considere o referencial o.n. xOy ao lado em que estão representados:

- parte do gráfico de f
- a recta t, tangente ao gráfico de f no ponto A, de abcissa 1
- o ponto B, de intersecção da recta t com o eixo Ox

Determine a abcissa de B



20. De uma função f, de domínio $\mathbb{R}$, sabe-se que:

- f é derivável em $\mathbb{R}$
- $\lim\limits_{x \to 0} \frac{f(x)-1}{x} = -3$

Seja g a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $g(x) =$
Prove que a recta tangente ao gráfico de g em $x = 0$ é paralela à bissectriz dos quadrantes pares.

21. De uma função f, de domínio $\mathbb{R}$, sabe-se que:

- f é derivável em $\mathbb{R}$
- a bissectriz dos quadrantes pares é tangente ao gráfico de f em $x = 1$

Seja g a função, de domínio $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, definida por $g(x) =$

Prove que a recta tangente ao gráfico de g em $x = 1$ é horizontal.

22. O sr. Eleutério gosta de comer torradas bem quentes. Depois de ligar a sua torradeira, ele sabe que a temperatura C (em graus *Celsius*) das torradas vai variar segundo a função definida por $C(t) =$, sendo t o tempo decorrido em minutos e $t \in [0, 7]$

22.1. Calcule, em graus Celsius, a temperatura das torradas após 90 segundos.

22.2. Calcule e interprete a taxa de variação média de C em [2,3].

22.3. Usando **processos analíticos**, calcule a temperatura máxima alcançada pelas torradas. Apresente o resultado em graus Celsius, arredondado às décimas.

22.4. Recorrendo à calculadora, determine durante quanto tempo estiveram as torradas com uma temperatura superior a $80°$ Celsius.
Apresente o resultado em minutos e segundos, estes arredondados às unidades.
Explique como procedeu. Na sua explicação, deve incluir o gráfico, ou gráficos, que considerou para resolver esta questão, assim como coordenadas relevantes (arredondadas às centésimas) de pontos.

23. A evolução do número de pessoas numa certa loja de roupas, a partir de uma certa hora, é dada aproximadamente pela função definida por $f(x) =$, sendo x o tempo em horas (desde que foi iniciada a contagem).

23.1. Determine, **analiticamente**, a velocidade de decrescimento do número de pessoas na referida loja após 4 horas.

23.2. Considere agora a função definida por $g(x) = 25 - \frac{100}{x}$, que representa a temperatura dentro da loja (em graus Celsius) consoante o número de pessoas presentes. Calcule e interprete $(g \circ f)(9)$

24. Os responsáveis da loja ELECTRO, vendedora de electrodomésticos, chegaram à conclusão que as despesas dessa loja (em euros) são dadas pela função definida por $d(t) =$, sendo t o tempo em meses. O valor de d para $t = 0$ corresponde às despesas de Dezembro de 2002.

24.1. Qual será o valor das despesas da empresa em Junho de 2003? Apresente o resultado em euros arredondado aos cêntimos.

24.2. Determine, **analiticamente**, a velocidade de decrescimento das despesas da ELECTRO em Setembro de 2003.

24.3. Considere agora a função definida por $r(t) = 0,8t^2 + 2000$, que representa as receitas da ELECTRO (também em Euros).
Use a calculadora gráfica para resolver as alíneas seguintes

24.3.1. Por ser uma loja recente, no início de 2003 as despesas eram superiores às receitas, mas com tendência para se inverter a situação. Indique após quantos meses e quantos dias as receitas serão superiores às despesas.

24.3.2. Em que mês e de que ano os **lucros** da loja ELECTRO serão superiores a mil euros?

25. O inimigo público mais procurado no Brasil é um mosquito de pintas brancas, causador da febre de dengue. Suponha que a função seguinte dá o número de pessoas (**em milhares**) infectadas desde o início de 2002 após t meses:

$d(t) =$, $t \in [0,12]$

Calcule e interprete:

25.1. A imagem de zero

25.2. A taxa média de variação em $[2,8]$

25.3. A taxa de variação para $t = 8$

26. A CALCA é uma pequena empresa que vende agendas electrónicas. Após vários estudos de mercado (concorrência, publicidade, promoções, etc.), os administradores chegaram à conclusão que, se o preço unitário x do novo modelo estiver entre 10 e 20 euros, a CALCA conseguirá vender, aproximadamente, $v(x)$ unidades, sendo $v(x) =$ e $x \in [10,20]$

26.1. Determine as **receitas** da CALCA se vender o novo modelo de agenda a, respectivamente, 10, 13 e 20 euros.

26.2. Mostre que a expressão para as **receitas** da CALCA é dada por

$$r(x) = 1000 - 10x - \frac{1500}{x-5}$$

26.3. Determine, usando processos analíticos, qual o preço (arredondado aos cêntimos do euros) que deve a CALCA vender para obter a receita máxima.
Indique essa receita máxima em euros e arredondado às unidades.

27. Um estudo sobre audiências televisivas verificou que, durante os 120 minutos da transmissão de um importante jogo de futebol, o número de espectadores (em milhões) variou aproximadamente de acordo com a função definida por $E(t) =$, $t \in [0,120]$

27.1. Qual foi, aproximadamente, o número de espectadores no início e no fim da transmissão?

27.2. Determine e interprete a taxa de variação para $t = 30$

27.3. Admita que o jogo começou às 20 horas e trinta minutos. Determine, analiticamente, a que horas se deu a audiência máxima. Apresente o resultado em horas e minutos (minutos arredondados às unidades).

28. O senhor Aristides é economista da pequena empresa MESCLA e, segundo um estudo que fez, chegou à conclusão que o número de empregados da MESCLA está relacionado com as despesas da empresa segundo a seguinte função:

$$D(x) = \ ,\ x \geq 0$$

x é o número de empregados e D o valor das despesas com o pessoal (em dezenas de euros)

28.1. $D(5)$

28.2. Usando a calculadora gráfica, resolva e interprete, no contexto do problema, a condição $D(x) < 535$. Em caso de arredondamentos, considere aproximações às unidades.

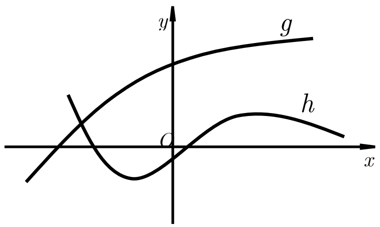
28.3. Calcule e interprete:

23.3.1. A taxa de variação média de D em $[14,17]$

23.3.2. A taxa de variação de D para $t = 5$

28.4. Determine, **analiticamente**, o número de empregados que minimiza as despesas da MESCLA e indique qual é esse montante.

29. As funções g e h, de domínio $\mathbb{R}$, estão representadas no gráfico ao lado.
Em relação à existência ou não das funções inversas g^{-1} e h^{-1}, qual é a proposição verdadeira?



(A) Só existe g^{-1} **(B)** Só existe h^{-1}

(C) Ambas existem **(D)** Nenhuma existe

30. Considere a função definida por $L(x) = \sqrt{}$ que representa o lucro da empresa_A (em **milhares de euros**) originado pela venda de x **centenas de peças** de um certo produto ($x > 0$).

30.1. Qual o lucro da empresa A quando vendem 1250 peças?
Apresente o resultado até aos cêntimos de euro.

30.2. Determine, **analiticamente**, o(s) zero(s) da função L
Tendo em conta a solução (ou as soluções), o que pode dizer sobre o número de peças que a empresa A tem de vender para não ter prejuízo?

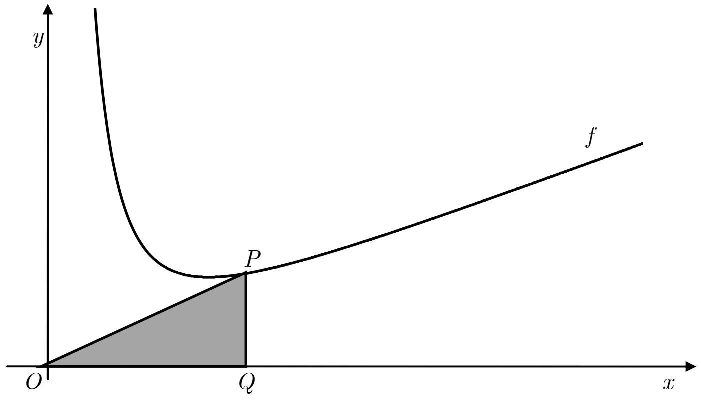
30.3. A expressão da função derivada de uma certa função $\sqrt{f(x)}$ é dada por $\dfrac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$

Tendo em conta este resultado, determine e interprete $L'(10)$
Apresente o resultado com aproximações às milésimas.

30.4. A função definida por $M(x) = \sqrt[3]{x-2}$ representa o lucro da empresa B, concorrente da A (também em milhares de euros por cada x centenas de peças vendidas). Recorrendo à calculadora, resolva a inequação $M(x) > L(x)$
Interprete a solução no contexto do problema. Explique como procedeu (na sua explicação, deve incluir o gráfico, ou gráficos, que considerou para resolver esta questão).

31. Na figura estão representados:

- parte do gráfico da função f de domínio $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, definida por $f(x) =$
- um triângulo **rectângulo** $[OPQ]$, em que:
  - O é a origem do referencial
  - P é um ponto do gráfico de f
  - Q pertence ao eixo das abcissas



Considere que o P ponto se desloca no primeiro quadrante, ao longo do gráfico de f . O ponto Q acompanha o movimento do ponto P , deslocando-se ao longo do eixo das abcissas, de tal modo que o triângulo $[OPQ]$ é sempre rectângulo no ponto Q

Seja A a função, de domínio $\mathbb{R}^+$, que faz corresponder, à abcissa x do ponto P , a área do triângulo $[OPQ]$

31.1. Mostre que, para cada $x \in \mathbb{R}^+$, se tem $A(x) =$

31.2. **Sem usar a calculadora**, estude a função A quanto à monotonia e determine a abcissa do ponto P quando a área do triângulo $[OPQ]$ for mínima.

32. Na figura em baixo encontra-se, em referencial o.n. xOy , parte do gráfico de $f\,'$, **função derivada** de uma função f de domínio $\mathbb{R}$

Esboce, no mesmo referencial, um possível gráfico para a função f

http://roliveira.pt.to

33. Na figura em baixo encontra-se, em referencial o.n. xOy , parte do gráfico de uma função f de domínio $\mathbb{R}$

Esboce, no mesmo referencial, um possível gráfico para $f\,'$, **função derivada** de f