

## Ângulo de duas rectas

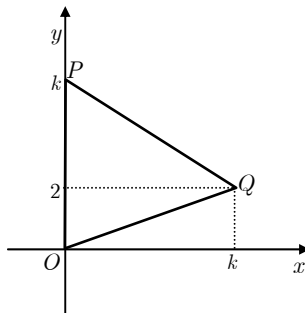
### QUESTÃO AULA N.º 1 (Novembro 2009)

Nome: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_ N.º: \_\_\_\_\_

Data: \_\_\_\_\_ Duração: 20 minutos

Avaliação: \_\_\_\_\_ O professor: \_\_\_\_\_

Na figura ao lado está representado, num referencial o.n.  $xOy$ , o triângulo  $[OPQ]$ . Tal como a figura sugere, as coordenadas do ponto  $P$  são  $(0, k)$  e as do ponto  $Q$  são  $(k, 2)$ .



1. Nas **duas** alíneas seguintes, considera  $k = 6$ .

1.1. Determina, no sistema circular, a inclinação da recta  $PQ$ . Apresenta o resultado arredondado às centésimas.

1.2. Calcula a amplitude do ângulo formado pelas rectas  $OQ$  e  $PQ$ . Apresenta o resultado arredondado às décimas do grau.

2. “(...) dois sofás modernos, com ar confortável, colocados em ângulo recto, com uma pequena lareira em frente, candeeiros de leitura e luzes indirectas.”

FOI ASSIM QUE ACONTECEU, Teresa Font

Calcula, se existir, o valor de  $k$  de modo que o ângulo entre os vectores  $\overrightarrow{OQ}$  e  $\overrightarrow{PQ}$  seja recto.

## Ângulo de duas rectas

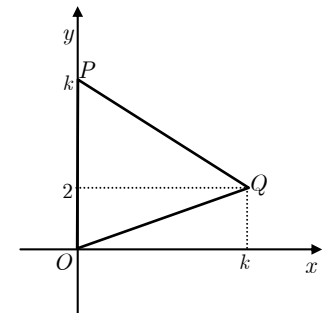
### QUESTÃO AULA N.º 1 (Novembro 2009)

Nome: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_ N.º: \_\_\_\_\_

Data: \_\_\_\_\_ Duração: 20 minutos

Avaliação: \_\_\_\_\_ O professor: \_\_\_\_\_

Na figura ao lado está representado, num referencial o.n.  $xOy$ , o triângulo  $[OPQ]$ . Tal como a figura sugere, as coordenadas do ponto  $P$  são  $(0, k)$  e as do ponto  $Q$  são  $(k, 2)$ .



1. Nas **duas** alíneas seguintes, considera  $k = 6$ .

1.1. Determina, no sistema circular, a inclinação da recta  $PQ$ . Apresenta o resultado arredondado às centésimas.

1.2. Calcula a amplitude do ângulo formado pelas rectas  $OQ$  e  $PQ$ . Apresenta o resultado arredondado às décimas do grau.

2. “(...) dois sofás modernos, com ar confortável, colocados em ângulo recto, com uma pequena lareira em frente, candeeiros de leitura e luzes indirectas.”

FOI ASSIM QUE ACONTECEU, Teresa Font

Calcula, se existir, o valor de  $k$  de modo que o ângulo entre os vectores  $\overrightarrow{OQ}$  e  $\overrightarrow{PQ}$  seja recto.

## Geometria analítica no espaço

### QUESTÕES–AULA N.º 2 (Dezembro 2009)

Nome: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_ N.º: \_\_\_\_

Data: \_\_\_\_\_

Duração: 30 minutos

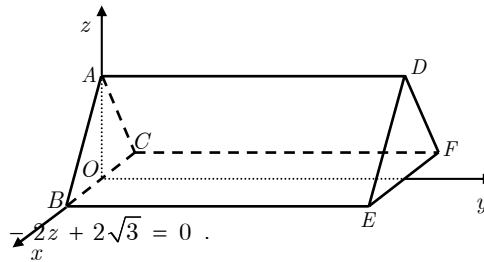
Avaliação: \_\_\_\_\_ O professor: \_\_\_\_\_

“Gabriel olhou para a direita e viu uma versão em bronze de Mohandas Gandhi a caminhar num parque triangular minúsculo.”

A MENSAGEIRA, Daniel Silva

Na figura está representado, em referencial o.n.  $Oxyz$ , um prisma triangular regular. Sabe-se que:

- O vértice  $A$  pertence ao semieixo positivo  $Oz$ ;
- O vértice  $B$  pertence ao semieixo positivo  $Ox$ ;
- O vértice  $C$  pertence ao semieixo negativo  $Ox$ ;
- A origem do referencial é o ponto médio do segmento  $[BC]$ ;



- Uma equação do plano  $ACE$  é  $2\sqrt{3}x - \sqrt{3}y - 2z + 2\sqrt{3} = 0$ .

1. Mostra que o ponto  $A$  tem coordenadas  $(0, 0, \sqrt{3})$  e o ponto  $E$  tem coordenadas  $(1, 4, 0)$ .
2. Indica as coordenadas de um vector perpendicular a  $\overline{AE}$  e com norma igual a 5.
3. Escreve as equações cartesianas da recta  $DF$ .
4. Calcula a área da superfície do prisma.
5. Usando o **produto escalar** de vectores, escreve uma condição para a esfera de diâmetro  $[EF]$  e determina o seu volume.

## Programação linear

### QUESTÕES–AULA N.º 3 (Janeiro 2010)

Nome: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_ N.º: \_\_\_\_

Data: \_\_\_\_\_ Duração: 30 minutos

Avaliação: \_\_\_\_\_ O professor: \_\_\_\_\_

A empresa FIAMBRAL vende fiambre da perna e fiambre da pá.

Para produzir cada tonelada diária de fiambre da perna, a FIAMBRAL:

- necessita de 7 toneladas de várias carnes de porco;
- tem um custo de 1800 euros;
- gera um lucro de 1000 euros.

Para produzir cada tonelada diária de fiambre da pá, a FIAMBRAL:

- necessita de 6 toneladas de várias carnes de porco;
- tem um custo de 1200 euros;
- gera um lucro de 400 euros.

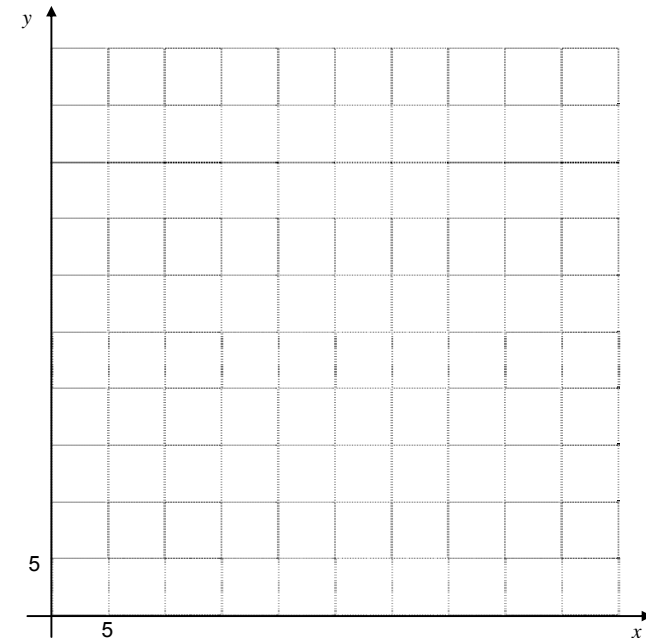
Além disso, diariamente a empresa FIAMBRAL:

- dispõe de 270 toneladas de carnes de porco;
- tem de produzir, **no mínimo**, 35 toneladas de fiambre;
- tem 60000 euros para investir na produção das duas qualidades de fiambre.

Representando por  $x$  o número de toneladas diárias de fiambre da perna e por  $y$  o número de toneladas diárias de fiambre da pá produzidos pela empresa FIAMBRAL, quais devem ser os seus valores de modo a maximizar o seu lucro?

**Percorre, sucessivamente, as seguintes etapas:**

- indica as restrições do problema;
- indica a função objectivo;
- representa graficamente a região admissível, referente ao sistema de restrições (no referencial ao lado);
- indica os valores das variáveis para os quais é máxima a função objectivo.



## Funções irracionais

### QUESTÕES–AULA N.º 4 (Março 2010)

Nome: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_ N.º: \_\_\_\_

Data: \_\_\_\_\_ Duração: 30 minutos

Avaliação: \_\_\_\_\_ O professor: \_\_\_\_\_

1. Simplifica as expressões seguintes, escrevendo-as na forma  $a\sqrt[b]{c}$ , sendo  $a$  um número real qualquer e  $b$  um número primo:

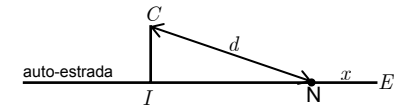
1.1.  $\sqrt[6]{8} \times \sqrt[3]{\sqrt{40}}$

1.2.  $48^{\frac{1}{2}} + \sqrt{27} - \sqrt{\frac{6k^3}{\sqrt[3]{8k^3}}}$ , sendo  $k$  um número real positivo

2. Todos os dias o Natércio (ponto N na figura) sai do escritório (ponto E), percorre a auto-estrada até sair no ponto I e ir para a sua casa (ponto C). Sabe-se que:

$$\overline{EI} = 20 \text{ km}$$

$$\overline{CI} = 5 \text{ km}$$



Seja  $x$  o número de quilómetros percorridos pelo Natércio desde que sai do escritório e seja  $d$  a distância, em função de  $x$ , entre ele e a sua casa.

2.1. Mostra que  $d(x) = \sqrt{x^2 - 40x + 425}$

- 2.2. Sem recorrer à calculadora (excepto para cálculos numéricos), determina a que distância estará o Natércio do escritório quando ele estiver equidistante de casa e do escritório.

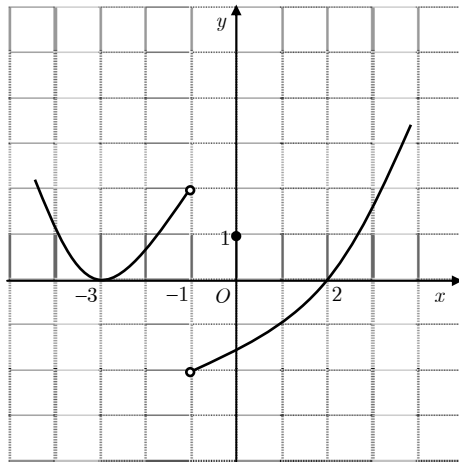
QUESTÕES-AULA N.º 5 (Abril 2010)

Nome: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_ N.º: \_\_\_\_\_

Data: \_\_\_\_\_ Duração: 30 minutos

Avaliação: \_\_\_\_\_ O professor: \_\_\_\_\_  
 .....

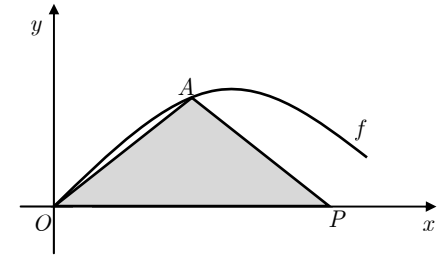
1. Na figura em baixo, encontra-se, em referencial o.n.  $xOy$ , parte do gráfico de  $f'$ , função derivada de uma função  $f$  de domínio  $\mathbb{R}$ .



Esboce, no mesmo referencial, um possível gráfico para a função  $f$  sabendo que o ponto  $(0, 1)$  pertence a esse gráfico.

2. No referencial o.n.  $xOy$  da figura estão representados:

- parte do gráfico da função  $f$ , de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por  $f(x) = x - \frac{x^2}{6}$ ;
- um triângulo **isósceles**  $[OAP]$  ( $\overline{OA} = \overline{PA}$ ), em que:
  - $O$  é a origem do referencial;
  - $P$  é um ponto do eixo das abcissas;
  - $A$  é um ponto do gráfico de  $f$ .



Considere que o ponto  $A$  se desloca ao longo do gráfico de  $f$  e o ponto  $P$  acompanha o movimento do ponto  $A$ , deslocando-se ao longo do eixo das abcissas, de tal modo que  $\overline{OA}$  permanece sempre igual a  $\overline{PA}$ .

Seja  $g$  a função, de domínio  $]0, 12[$ , que faz corresponder, à abscissa  $x$  do ponto  $P$ , a área do triângulo  $[OAP]$ .

2.1. Mostre que, para cada  $x \in ]0, 12[$ , se tem  $g(x) = \frac{x^2}{4} - \frac{x^3}{48}$ .

- 2.2. Recorrendo a métodos exclusivamente analíticos, estude a função  $g$  quanto à monotonia e conclua qual é o valor de  $x$  para o qual é máxima a área do  $\Delta[OAP]$ .