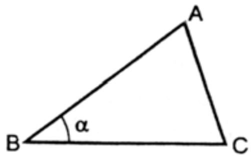
Exercícios de 11.º ano nos Exames Nacionais e nos Testes Intermédios

TRIGONOMETRIA

1.a) Seja [ABC] um triângulo isósceles em que $\overline{BA}=\overline{BC}$. Seja α a amplitude do ângulo ABC. Mostre que a área do triângulo [ABC] é dada por $\frac{\overline{BC}^2}{2}\times sen\,\alpha$ (α ∈]0,π[)



b) Considere agora um polígono regular de n lados, inscrito numa circunferência de raio 1. Utilize o resultado anterior para mostrar que a área do polígono é dada por $A_n=\frac{n}{2}\times sen\left(\frac{2\pi}{n}\right)$.

c) Interprete geometricamente o que acontece a A_n quando n aumenta indefinidamente.

(Prova Modelo 2000-adaptação)

2. No presente ano civil [2000], em Lisboa, o tempo que decorre entre o nascer e o pôr do Sol, no dia de ordem n do ano, é dado em horas, aproximadamente, por

$f(n)=12{,}2+2{,}64\ \text{sen}\frac{\pi(n-81)}{183}$, n∈{1,2,3,...,366} (o argumento da função seno está expresso em radianos).

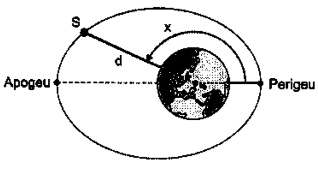
a) No dia 24 de Março, Dia Nacional do Estudante, o Sol nasceu às 6 e meia da manhã. Em que instante ocorreu o pôr do Sol? Apresente o resultado em horas e minutos (minutos arredondado às unidades).

Notas: recorde que, no presente ano, o mês de Fevereiro teve 29 dias; sempre que, nos cálculos, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, 3 casas decimais.

b) Em alguns dias do ano, o tempo que decorre entre o nascer e o pôr do Sol é superior a 14,7 horas. Recorrendo à sua calculadora, determine em quantos dias do ano é que isso acontece. Indique como procedeu.

(Exame 1ªchamada 2000)

3. Um satélite S tem uma órbita elíptica em torno da Terra, tal como se representa na figura. Tenha em atenção que os elementos nela desenhados não estão na mesma escala. Na elipse, estão assinalados 2 pontos: o *apogeu*, que é o ponto da órbita mais afastado do centro da Terra; o *perigeu*, que é o ponto da órbita mais próximo do centro da Terra. O ângulo x, assinalado na figura, tem o seu vértice no centro da Terra; o seu lado origem passa no *perigeu*, o seu lado extremidade passa no satélite e a sua amplitude está compreendida entre 0 e 360 graus. A distância d, em km, do satélite ao centro da Terra, é dada por

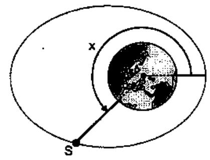


$d=\frac{7820}{1+0{,}07\cos x}$. Considere que a Terra é uma esfera de raio 6378 km.

a) Determine a altitude do satélite (distância à superfície da Terra) quando este se encontra no *apogeu*. Apresente o resultado em km, arredondado às unidades.

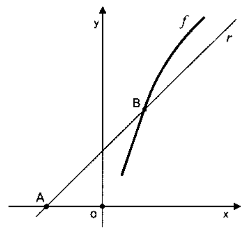
b) Num certo instante, o satélite está na posição indicada na figura.

A distância do satélite ao centro da terra é, então, de 8200 km. Determine o valor de x, em graus, arredondado às unidades.



(Exame 2ªchamada 2000)

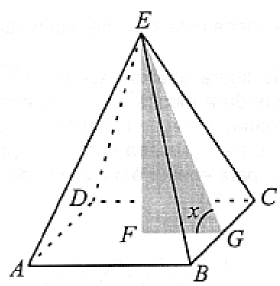
4. Considere a função f, de domínio R, definida por f(x)=2x-cos x. Na figura abaixo estão representadas: parte do gráfico da função f; parte de uma recta r, cuja inclinação é 45⁰, que contém o ponto A(-3,0) e que intersecta o gráfico da função f no ponto B. Recorrendo à sua calculadora, determine a área do triângulo [AOB], onde O designa a origem do referencial. Apresente o resultado arredondado às unidades.



(Exame 1ªchamada 2000)

5. Na figura está representada uma pirâmide quadrangular regular.

Sabe-se que: a base da pirâmide tem centro F e lado 2; G é o ponto médio da aresta [BC]; x designa a amplitude do ângulo FGE.

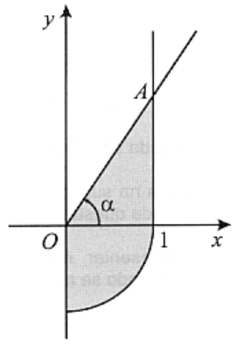


a) Mostre que a área total da pirâmide é dada, em função de x, por $A(x)=\dfrac{4\cos x+4}{\cos x}$ (x∈]0,π/2[)

b) Use a calculadora gráfica para resolver o seguinte problema: o que acontece a A(x) quando x aproxima-se de $\frac{\pi}{2}$? Interprete geometricamente o valor obtido.

(Exame 1ªchamada 2001-adaptação)

6. Na figura estão representados, em referencial o.n. xOy: um quarto de círculo, de centro na origem e raio1; uma semi-recta paralela ao eixo Oy, com origem no ponto (1,0); um ponto A pertencente a esta semi-recta; um ângulo de amplitude α, cujo lado origem é o semieixo positivo Ox e cujo lado extremidade é a semi-recta AO.

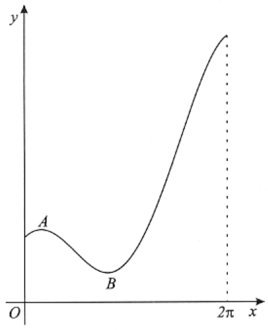


Qual das expressões seguintes dá a área da região sombreada, em função de α?

(A) $\frac{\pi}{4}+\frac{tg\alpha}{2}$ (B) $\frac{\pi}{4}+\frac{2}{tg\alpha}$ (C) $\pi+\frac{tg\alpha}{2}$ (D) $\pi+\frac{2}{tg\alpha}$

(Exame 1ªchamada 2001)

7. Na figura está representado o gráfico da função f, de domínio [0,2π], definida por f(x)=x+2cosx



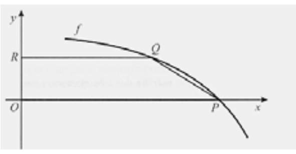
A e B são pontos do gráfico cujas ordenadas são extremos relativos de f. A ordenada do ponto A é $\frac{\pi+6\sqrt{3}}{6}$ e a do ponto B é $\frac{5\pi-6\sqrt{3}}{6}$.

a) Qual é o contradomínio de f?

b) Considere a recta tangente ao gráfico de f no ponto A. Esta recta intersecta o gráfico num outro ponto C. Recorrendo à calculadora, determine um valor aproximado para a abcissa do ponto C (apresente o resultado arredondado às décimas). Explique como procedeu (na sua explicação, deve incluir o gráfico, ou gráficos, que considerou para resolver esta questão).

(Exame 2ªchamada 2001-adaptação)

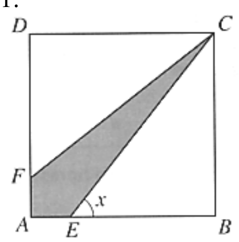
8. Considere a função f, de domínio]-π,π[, definida por f(x)= $\frac{\cos x}{1+\cos x}$. Sem recorrer à calculadora, resolva a alínea seguinte.



Na figura está representada, em referencial o.n. xOy, uma parte do gráfico da função f. Na mesma figura está também representado um trapézio [OPQR]. O ponto O é a origem do referencial, e os pontos P e R pertencem aos eixos Ox e Oy, respectivamente. Os pontos P e Q pertencem ao gráfico de f. Sabendo que o ponto R tem ordenada 1/3, determine a área do trapézio.

(Exame 2ªfase 2001-adaptação)

9. Na figura está representado um quadrado [ABCD], de lado 1.



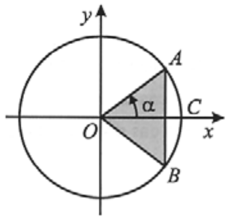
O ponto E desloca-se sobre o lado [AB], e o ponto F desloca-se sobre o lado [AD], de tal forma que se tem sempre $\overline{AE}=\overline{AF}$. Para cada posição do ponto E, seja *x* a amplitude do ângulo BEC (*x*∈]π/4,π/2[).

a) Mostre que o perímetro do quadrilátero [CEAF] é dado, em função de x, por $f(x)=2-\frac{2}{tgx}+\frac{2}{senx}$.

b) Use a calculadora gráfica para resolver o seguinte problema: o que acontece a f(*x*) quando *x* se aproxima de $\frac{\pi}{2}$? Interprete geometricamente o valor obtido.

(Exame 1ªchamada 2002-adaptação)

10. Na figura estão representados, em referencial o.n. xOy, o círculo trigonométrico e um triângulo [OAB].



Os pontos A e B pertencem à circunferência; o segmento [AB] é perpendicular ao semieixo positivo Ox; o ponto C é o ponto de intersecção da circunferência com o semieixo positivo Ox.

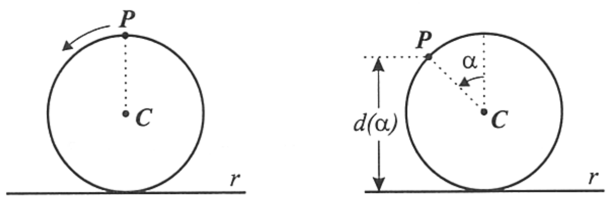
Seja α a amplitude do ângulo COA (α∈0,π/2[). Qual das expressões seguintes dá a área do triângulo [OAB], em função de α?

(A) senα·cosα (B) $\frac{tg\alpha\cdot\cos\alpha}{2}$

(C) tgα·senα (D) $\frac{tg\alpha\cdot sen\alpha}{2}$

(Exame 2ªchamada 2002)

11. Considere uma circunferência de centro C e raio 1, tangente a uma recta r. Um ponto P começa a deslocar-se sobre a circunferência, no sentido indicado na figura. Inicialmente, o ponto P encontra-se à distância de 2 unidades da recta r.



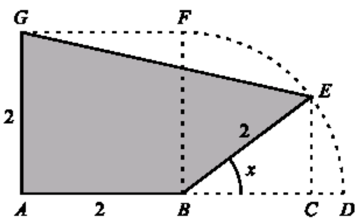
Seja d(α) a distância de P a r, após uma rotação de amplitude α. Qual das igualdades seguintes é verdadeira para qualquer nº real positivo α?

(A) d(α)=1+cosα (B) d(α)=2+senα

(C) d(α)=1-cosα (D) d(α)=2-senα

(Exame 2ªfase 2002)

12. Na figura está representado a sombreado um polígono [ABEG].



Tem-se que: [ABFG] é um quadrado de lado 2; FD é um arco de circunferência de centro em B; o ponto E move-se ao longo desse arco; em consequência, o ponto C desloca-se sobre o segmento [BD], de tal forma que se tem sempre [EC]⊥[BD]; *x* designa a amplitude, em radianos, do ângulo CBE, *x* ∈ [0,π/2]

a) Mostre que a área do polígono [ABEG] é dada, em função de *x*, por A(*x*)=2(1+sen*x*+cos*x*)

Sugestão: pode ser-lhe útil considerar o trapézio [ACEG]

b) Determine A(0) e A(π/2). Interprete geometricamente cada um dos valores obtidos.

c) Recorra à calculadora para determinar graficamente as soluções da equação que lhe permite resolver o seguinte problema:

Quais são os valores de x para os quais a área do polígono [ABEG] é 4,3?

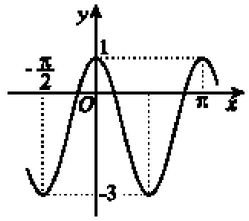
Apresente todos os elementos recolhidos na utilização da calculadora, nomeadamente o gráfico, ou gráficos, obtido(s), bem como coordenadas relevantes de alguns pontos. Apresente os valores pedidos na forma de dízima, arredondados às décimas.

(Exame 1ªchamada 2003)

13. Considere a expressão $f(x)=a+b\text{sen}^2x$. Sempre que se atribui um valor real a a e um valor real a b, obtemos uma função de domínio R.

a) Nesta alínea, considere a=2 e b= -5. Sabe-se que $\text{tg}\theta=1/2$. Sem recorrer à calculadora, calcule $f(\theta)$.

b) Para um certo valor de a e um certo valor de b, a função f tem o seu gráfico parcialmente representado na figura junta.

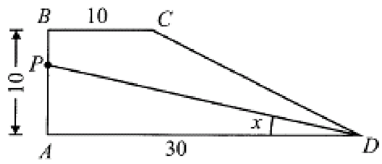


Conforme essa figura sugere, tem-se: o contradomínio de f é [-3,1]; 0 e π e são maximizantes; -π/2 e π/2 são minimizantes.

Determine a e b.

(Exame 2ªchamada 2003)

14. Na figura está representado um trapézio rectângulo [ABCD], cujas bases têm 10 e 30 unidades de comprimento e a altura tem 10 unidades de comprimento.



Considere que um ponto P se desloca sobre o lado [AB]. Para cada posição do ponto P, seja x a amplitude, em radianos, do ângulo PDA. Pretende-se determinar o valor de x para o qual o segmento [PD] divide o trapézio em 2 figuras com a mesma área. Qual das equações seguintes traduz este problema?

(A) $\frac{30^2 \text{ sen } x}{2} = 100$ (B) $\frac{30^2 \text{ tg } x}{2} = 100$

(C) $\frac{30 \times 10 \text{ sen } x}{4} = 150$ (D) $\frac{30 \times 10 \text{ tg } x}{4} = 150$

(Exame 2ª fase 2003)

15. Considere a função f, de domínio [-π/2,3π/2], definida por f(x)=x+sen x. Sem recorrer à calculadora, determine os valores de x, pertencentes ao intervalo [-π/2,3π/2], tais que f(x)=x + cos x.

(Exame 2ª fase 2003)

16. A figura 1 representa um depósito de forma cilíndrica, que contém um certo volume de um combustível.

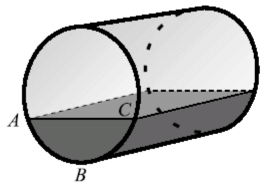


Figura 1

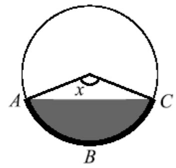


Figura 2

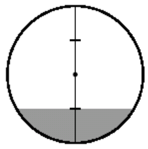
Admita que a função V, de domínio [0,2π], definida por V(x)=80(x-sen$x$), dá o volume, em metros cúbicos, de combustível existente no depósito, em função da amplitude x, em radianos, do arco ABC (que, como se sabe, é igual à amplitude do ângulo ao centro correspondente, assinalado na figura 2).

a) Qual é a capacidade total do depósito, em metros cúbicos? Apresente o resultado arredondado às unidades.

Nota: se, nos cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, três casas decimais.

b) Recorra à calculadora para determinar graficamente a solução da equação que lhe permite resolver o seguinte problema: *Qual terá de ser a amplitude, em radianos, do arco ABC, para que existam 300 m^3 de combustível no depósito*? Apresente todos os elementos recolhidos na utilização da calculadora, nomeadamente o gráfico, ou gráficos, obtido(s). Apresente o resultado na forma de dízima,
arredondado às décimas.

c) Determine, em metros cúbicos, o volume do combustível existente no depósito, no momento em que a sua altura é ¼ da altura máxima.

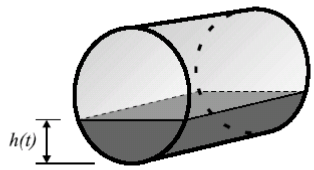


Apresente o resultado arredondado às unidades.

Nota: se, nos cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, três casas decimais.

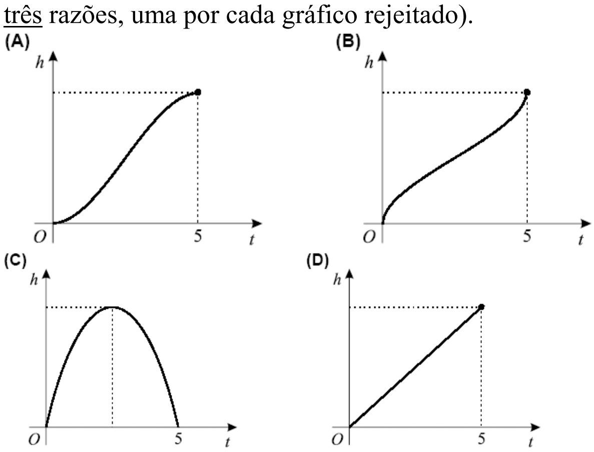
d) Admita agora que o depósito está vazio e que, num certo instante, se começa a introduzir combustível a uma taxa constante, até ficar cheio, o que acontece ao fim de cinco horas.

Seja h(t) a altura do combustível no depósito, t horas após o instante em que começa a ser introduzido.



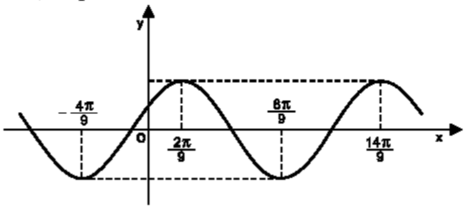
Qual dos gráficos seguintes pode ser o da função h?

Numa pequena composição, com cerca de dez linhas, indique as razões que o levam a rejeitar os restantes gráficos (indique três razões, uma por cada gráfico rejeitado).



(Exame 1ª fase 2004)

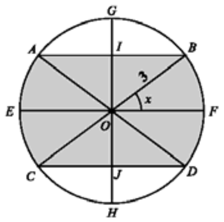
17. Na figura está representada parte do gráfico de uma função periódica.



Qual dos valores seguintes poderá ser período desta função?
(A) $\pi/9$ (B) $2\pi/9$ (C) $2\pi/3$ (D) $4\pi/3$

(Exame 2ª fase 2004)

18. Na figura está representada uma circunferência com centro no ponto O e raio 3. Os diâmetros [EF] e [GH] são perpendiculares.
Considere que o ponto B se desloca sobre o arco FG.



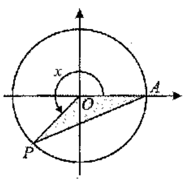
Os pontos A, C e D acompanham o movimento do ponto B, de tal forma que: as cordas [AB] e [CD] permanecem paralelas a [EF]; [AD] e [BC] são sempre diâmetros da circunferência.
Os pontos I e J também acompanham o mesmo movimento, de tal forma que são sempre os pontos de intersecção de [GH] com [AB] e [CD], respectivamente. Para cada posição do ponto B, seja x a amplitude, em radianos, do ângulo FOB ($x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$).

a) Mostre que a área da região sombreada é dada, em função de x, por $A(x)=18(x+\operatorname{sen} x\cdot\cos x)$
Sugestão: use a decomposição sugerida na figura.

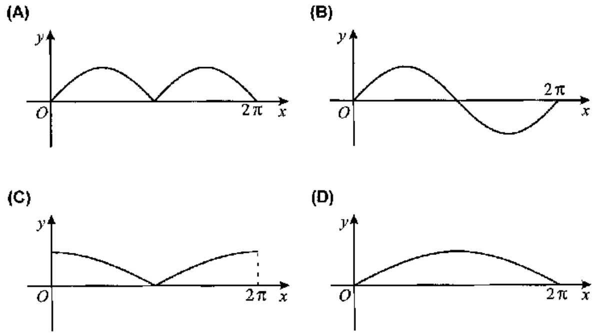
b) Recorra à calculadora para determinar graficamente a solução da equação que lhe permite resolver o seguinte problema: Qual é o valor de x para o qual a área da região sombreada é igual a metade da área do círculo? Apresente todos os elementos recolhidos na utilização da calculadora, nomeadamente o gráfico, ou gráficos, obtido(s), bem como coordenadas relevantes, de algum, ou de alguns, ponto(s). Apresente o resultado na forma de dízima, arredondado às centésimas.

(Exame 1ª fase 2005)

19. Na figura junta está representado o círculo trigonométrico.

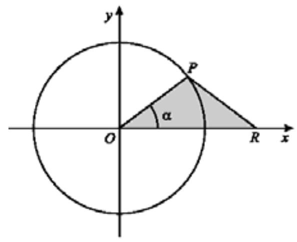


Considere que um ponto P parte de A(1,0) e se desloca sobre uma circunferência, dando uma volta completa, em sentido contrário ao dos ponteiros do relógio. Para cada posição do ponto P, seja x a amplitude, em radianos, do ângulo orientado cujo lado origem é a semi-recta $\dot{O}A$ e cujo lado extremidade é a semi-recta $\dot{O}P$ ($x\in\left[0,2\pi\right]$). Seja g a função que, a cada valor de x, faz corresponder a área da região sombreada (região limitada pelo segmentos de recta [OP], [PA] e [AO]).
Qual dos seguintes gráficos pode ser o da função g?



(Exame 2ª fase 2005)

20. Na figura está representado o círculo trigonométrico e um triângulo [OPR].



O ponto P desloca-se ao longo da circunferência, no primeiro quadrante. O ponto R desloca-se ao longo do eixo Ox, de tal modo que o triângulo [OPR] sempre isósceles. Sendo α a amplitude, em radianos, do ângulo ROP, qual das expressões seguintes dá a área do triângulo [OPR], em função de α?

(A) $\operatorname{sen}\alpha\,.\cos\alpha$ **(B)** $2\,.\operatorname{sen}\alpha\,.\cos\alpha$

(C) $\frac{1+\operatorname{sen}\alpha\,.\cos\alpha}{2}$ **(D)** $\frac{(1+\cos\alpha)\,.\operatorname{sen}\alpha}{2}$

(Teste Intermédio 2006)

21. Da amplitude α de um certo ângulo orientado sabe-se que cos α<0 e tg α>0. Qual das expressões seguintes dá o valor de sen α?

(A) $\sqrt{1-\cos^2\alpha}$ **(B)** $-\sqrt{1-\cos^2\alpha}$

(C) $\sqrt{1+\cos^2\alpha}$ **(D)** $-\sqrt{1+\cos^2\alpha}$

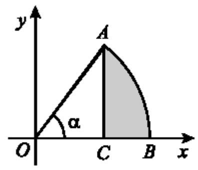
(Teste Intermédio 2006)

22. Sabe-se que $\beta\in\mathbb{R}$ é uma solução da equação $\operatorname{sen} x=\frac{1}{5}$. Qual das expressões seguintes designa uma solução da equação $\cos x=-\frac{1}{5}$?

(A) $\pi+\beta$ (B) $\frac{\pi}{2}+\beta$ (C) $-\beta$ (D) $\frac{\pi}{2}-\beta$

(Teste Intermédio 2006)

23. Na figura está representado, em referencial o.n. xOy, um arco AB, que está contido na circunferência de equação $x^2+y^2=1$.



O ponto C pertence ao eixo Ox e o segmento de recta [AC] é perpendicular a este eixo. α é a amplitude, em radianos, do ângulo AOB. Qual é a expressão que dá o perímetro da região sombreada, em função de α?

(A) $\pi\times\alpha+\operatorname{sen}\alpha+\cos\alpha$ (B) $\pi\times\alpha+\operatorname{sen}\alpha+1-\cos\alpha$
(C) $1+\alpha-\operatorname{sen}\alpha+\cos\alpha$ (D) $1+\alpha+\operatorname{sen}\alpha-\cos\alpha$

(Exame 2ª fase 2006)

24. Indique as soluções da equação 5+2cos*x*=6 que pertencem ao intervalo $[0,2\pi]$

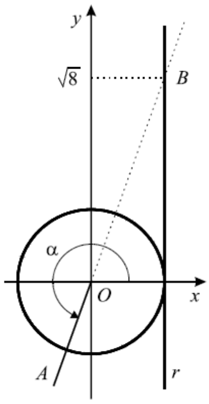
(A) $\frac{\pi}{3}$ e $\frac{4\pi}{3}$ **(B)** $\frac{\pi}{3}$ e $\frac{5\pi}{3}$

(C) $\frac{\pi}{6}$ e $\frac{7\pi}{6}$ **(D)** $\frac{\pi}{6}$ e $\frac{11\pi}{6}$

(Teste Intermédio 2007)

25. Na figura junta estão representados, em referencial o. n. xOy:• o círculo trigonométrico; • a recta r, de equação x=1; • o ângulo, de amplitude α, que tem por lado origem o semieixo positivo Ox e por lado extremidade a semi-recta $\dot{O}A$; • o ponto B, intersecção do prolongamento da semi-recta $\dot{O}A$ com a recta r. Como a figura sugere, a ordenada de B é $\sqrt{8}$. <u>Sem recorrer à calculadora</u>, determine o valor de

$$5\,\mathrm{sen}(\tfrac{\pi}{2}+\alpha)+2\cos(3\pi-\alpha)$$



(Teste Intermédio 2007)

26. Seja g a função, de domínio $]0,2\pi[$, definida por $g(x)=\frac{x+\mathrm{sen}\,x}{x}$. Considere, num referencial o.n. *xOy*, a recta *r*, de equação $y=1$. <u>Recorrendo às capacidades gráficas da sua calculadora</u>, visualize, na janela $[0,4]\times[0,3]$, o gráfico da função g e a recta *r*. Reproduza, na sua folha de teste, o referencial e ambos os gráficos, visualizados na calculadora. Assinale ainda os pontos *A* e *B*, em que:
• *A* é o ponto do gráfico de g de abcissa $\frac{\pi}{2}$; • *B* é o ponto de intersecção entre o gráfico de g e a recta *r*. Determine o comprimento do segmento [*AB*], apresentando o resultado final arredondado às décimas. Se, em cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, duas casas decimais.

(Exame Escola 1ª fase 2007)

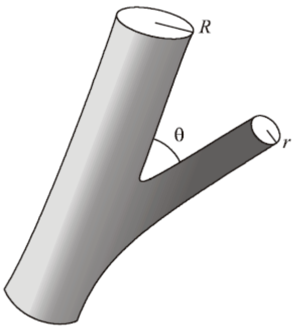
27. Seja $f:[0,2\pi]\to\mathbb{R}$ a função definida por $f(x)=3-2\cos x$.

Indique o valor de x para o qual f(x) é máximo.

(A) 0 (B) $\frac{\pi}{2}$ (C) π (D) $\frac{3\pi}{2}$

(Exame Nacional 2ª fase 2007)

28. Na figura seguinte está representada uma artéria principal do corpo humano, cuja secção é um círculo com raio R, e uma sua ramificação, mais estreita, cuja secção é um círculo com raio r.

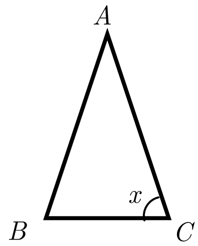


A secção da artéria principal tem área A e a da ramificação tem área *a*. Seja $\theta\in]0,\frac{\pi}{2}[$ a amplitude, em radianos, do ângulo que a artéria principal faz com a sua ramificação (medida relativamente a duas geratrizes complanares dos dois cilindros). Sabe-se que $a=A\sqrt{\cos\theta}$. Admitindo que o modelo descrito se adequa com exactidão à situação real, determine θ no caso em que os raios referidos verificam a relação $R=\sqrt[4]{2}\;r$

(Exame Nacional 2ª fase 2007)

29. Na figura está representado um triângulo isósceles $[ABC]$ em que $\overline{AB}=\overline{AC}=1$. Seja x a amplitude do ângulo ACB.

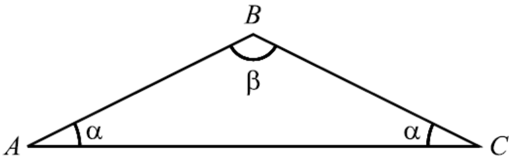
Qual das expressões seguintes dá a área do triângulo $[ABC]$ em função de x?



(A) $\mathrm{sen}\,x+\cos x$ (B) $\mathrm{sen}\,x-\cos x$
(C) $\mathrm{sen}\,x\cdot\cos x$ (D) $\frac{\mathrm{sen}\,x}{\cos x}$

(Exame Escola 2ª fase 2007)

30. Na figura está representado um triângulo [ABC] com dois ângulos de amplitude α e um ângulo de amplitude β.



Qual das igualdades seguintes é verdadeira, para qualquer triângulo nestas condições?

(A) $\cos\beta=\mathrm{sen}(2\alpha)$ (B) $\cos\beta=\cos(2\alpha)$
(C) $\cos\beta=-\mathrm{sen}(2\alpha)$ (D) $\cos\beta=-\cos(2\alpha)$

(1.º Teste Intermédio 2008)

31. Seja θ um valor pertencente ao intervalo $]\frac{\pi}{2},\pi[$. Qual das expressões seguintes designa um número real positivo?

(A) $\cos\theta-\mathrm{sen}\theta$ (B) $\mathrm{sen}\theta\times\cos\theta$
(C) $\mathrm{sen}\theta\times\mathrm{tg}\theta$ (D) $\mathrm{sen}\theta-\mathrm{tg}\theta$

(1.º Teste Intermédio 2008)

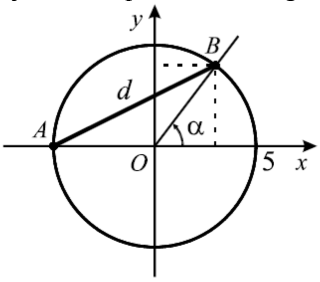
32. Considere a equação $1+3tg(2x)=4$. Qual dos seguintes valores é solução desta equação?

(A) $-\frac{\pi}{8}$ (B) $\frac{3\pi}{8}$ (C) $\frac{5\pi}{8}$ (D) $\frac{7\pi}{8}$

(1.º Teste Intermédio 2008)

33. Na figura estão representadas, em referencial o. n. *xOy*, uma recta AB e uma circunferência com centro na origem e raio igual a 5. Os pontos A e B pertencem à circunferência. O ponto A também pertence ao eixo das abcissas. Admita agora que o ponto B se desloca ao longo da circunferência, no primeiro quadrante. Para cada posição do ponto B, seja α a amplitude do ângulo orientado cujo lado origem é o semieixo positivo *Ox* e cujo lado extremidade é a semi-recta $\dot{O}B$.

Seja *d* o comprimento do segmento [AB].

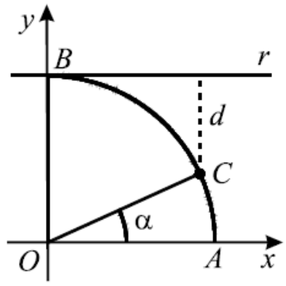


a) Mostre que $d^2 = 50 + 50\cos\alpha$

b) Para uma certa posição do ponto B, tem-se $tg\alpha = \sqrt{24}$. Sem recorrer à calculadora, determine, para este caso, o valor de *d*.

(1.º Teste Intermédio 2008)

34. Na figura está representado, em referencial o.n. *xOy*, um arco de circunferência AB, de centro na origem do referencial e raio igual a 1. A recta *r* tem equação *y* = 1. O ponto C pertence ao arco AB. Seja α a amplitude do ângulo AOC.



Qual das expressões seguintes dá a distância *d* do ponto C à recta *r*?

(A) 1+sen(α) (B) 1−sen(α) (C) 1+cos(α) (D) 1−cos(α)

(2.º Teste Intermédio 2008)

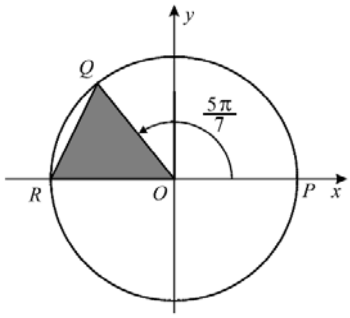
35. Seja $x \in]0, \frac{\pi}{2}[$. Qual das expressões seguintes designa um número positivo?

(A) cos(π−*x*) (B) sen(π−*x*)

(C) $\cos(\frac{3\pi}{2} - x)$ (D) $sen(\frac{3\pi}{2} - x)$

(2.º Teste Intermédio 2008)

36. Na figura está representado o círculo trigonométrico.



Tal como a figura sugere, *O* é a origem do referencial, Q pertence à circunferência, P é o ponto de coordenadas (1,0) e R é o ponto de coordenadas (−1,0). A amplitude, em radianos, do ângulo POQ é $\frac{5\pi}{7}$. Qual é o valor, arredondado às centésimas, da área do triângulo [OQR]?

(A) 0,39 (B) 0,42 (C) 0,46 (D) 0,49

(2.º Teste Intermédio 2008-12.º ano)

37. Na figura 4 estão representadas duas rectas paralelas, a recta AB (em que A e B são pontos fixos) e a recta s. O ponto S é um ponto móvel, deslocando-se ao longo de toda a recta s. Para cada posição do ponto S , seja *x* a amplitude, em radianos, do ângulo BAS e seja *a*(*x*) a área do triângulo [ABS]. Apenas um dos seguintes gráficos pode representar a função *a*.
Numa composição, explique por que razão cada um dos outros três gráficos não pode representar a função *a*.

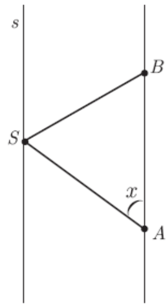
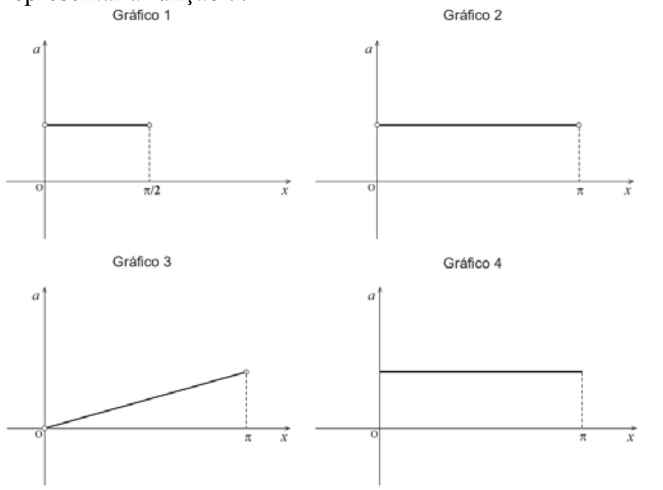


Fig. 4



(Exame Nacional 2ª fase 2008)

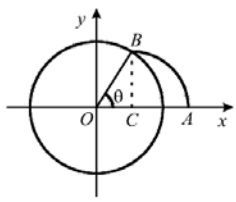
38. Considere a equação trigonométrica cos *x* = 0,3. Num dos intervalos seguintes, esta equação tem apenas uma solução. Em qual deles?

(A) $[0, \frac{\pi}{2}]$ (B) [0,π] (C) $[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]$ (D) $[\frac{3\pi}{2}, 2\pi]$

(1.º Teste Intermédio 2009)

39. Na figura estão representados, em referencial o.n. *xOy*:

• o círculo trigonométrico
• o raio [OB] deste círculo
• o arco de circunferência AB, de centro no ponto C



Tal como a figura sugere, o ponto B pertence ao primeiro quadrante, os pontos A e C pertencem ao eixo *Ox* e a recta BC é perpendicular a este eixo. Seja θ a amplitude do ângulo AOB. Qual é a abcissa do ponto A?

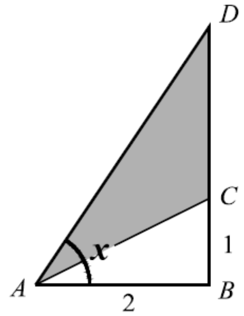
(A) 1+senθ (B) 1+ cosθ (C) cosθ+senθ (D) 1+cosθ+senθ

(1.º Teste Intermédio 2009)

40. Relativamente à figura junta, sabe-se que:

• o triângulo [ABD] é rectângulo
• o ponto C pertence ao cateto [BD]
• *x* designa a amplitude, em radianos, do ângulo BAD
• $\overline{AB} = 2$ e $\overline{BC} = 1$

a) Mostre que a área do triângulo [ACD] é dada por 2tg(*x*)–1



b) Determine o valor de x para o qual a área do triângulo [ACD] é igual a 1.

c) Sabendo que $sen(\frac{\pi}{2}+a)=\frac{5}{13}$ e que $a \in]0,\frac{\pi}{2}[$, determine o valor de 2tg(a)–1

(1.º Teste Intermédio 2009)

41. Na figura 1 está representado, em referencial o.n. *xOy*, o círculo trigonométrico. Os pontos P e Q pertencem à circunferência, sendo a recta PQ paralela ao eixo *Ox*. O ponto R pertence ao eixo *Ox*. O ângulo ROP tem 53° de amplitude. Qual é o perímetro do triângulo [OPQ] (valor aproximado às décimas)?

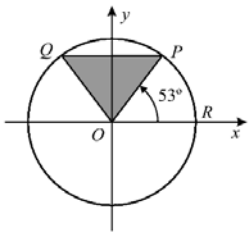


Figura 1

(A) 3,2 (B) 3,4 (C) 3,6 (D) 3,8

(2.º Teste Intermédio 2009)

42. A Inês olhou para o seu relógio quando este marcava 10 h e 45 min. Passado algum tempo, ao ver novamente as horas, a Inês concluiu que o ponteiro dos minutos tinha rodado -3π radianos. Que horas marcava o relógio da Inês, neste último instante?

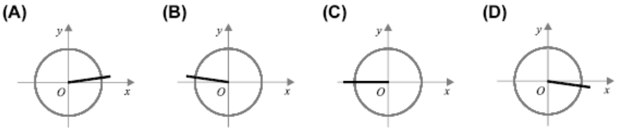
(A) 11 h e 15 min (B) 11 h e 45 min

(C) 12 h e 15 min (D) 13 h e 45 min

(2.º Teste Intermédio 2009)

43. Em cada uma das figuras seguintes, está representado, no círculo trigonométrico, a traço grosso, o lado extremidade de um ângulo cujo lado origem é o semieixo positivo *Ox*. Em qual das figuras esse ângulo pode ter 3 radianos de amplitude?

(A) (B) (C) (D)



(1.º Teste Intermédio 2010)

44. Considere a equação trigonométrica sen$x$ = 0,1. Em qual dos intervalos seguintes esta equação não tem solução?

(A) $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$ **(B)** $\left[0,\pi\right]$

(C) $\left[0,\frac{\pi}{6}\right]$ **(D)** $\left[\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2}\right]$

(1.º Teste Intermédio 2010)

45. Na figura 1, está representado o quadrado [ABCD] de lado 2. Considere que um ponto P se desloca ao longo do lado [CD], nunca coincidindo com o ponto C, nem com o ponto D. Para cada posição do ponto P, seja x a amplitude, em radianos, do ângulo BAP $\left(x \in]\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}[\right)$

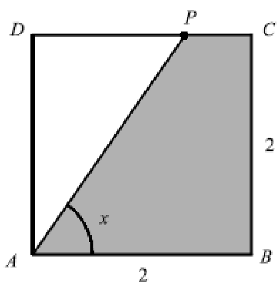


Figura 1

Resolva os três itens seguintes, sem recorrer à calculadora, a não ser para efectuar eventuais cálculos numéricos.

a) Mostre que a área da região sombreada é dada por $4-\frac{2}{tgx}$

b) Determine o valor de x para o qual a área da região sombreada é $\frac{12-2\sqrt{3}}{3}$

c) Para um certo valor de x, sabe-se que $\cos(x+\frac{\pi}{2})=-\frac{15}{17}$

Determine, para esse valor de x, a área da região sombreada.

(1.º Teste Intermédio 2010)

46. Considere, em $\mathbb{R}$, a equação trigonométrica cos$x$ = 0,9

Em qual dos intervalos seguintes esta equação não tem solução?

(A) $[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$ (B) $[0,\pi]$ (C) $[\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4}]$ (D) $[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}]$

(1.º Teste Intermédio 2011)

47. Na Figura 2, está representado o círculo trigonométrico. Sabe-se que:

- a recta r é tangente à circunferência no ponto A(1,0)
- a recta s passa na origem do referencial e intersecta a recta r no ponto P, cuja ordenada é 2
- o ponto Q, situado no terceiro quadrante, pertence à recta s

Seja α a amplitude, em radianos, do ângulo orientado, assinalado na figura, que tem por lado origem o semieixo positivo *Ox* e por lado extremidade a semi-recta OQ

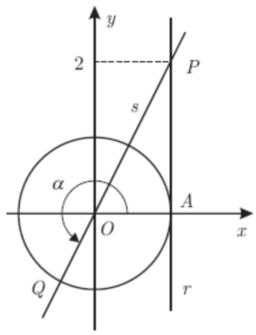


Figura 2

Qual é o valor de α, arredondado às centésimas?

(A) 4,23 (B) 4,25 (C) 4,27 (D) 4,29

(1.º Teste Intermédio 2011)

48.Sejam α, β e θ três números reais. Sabe-se que:

- $\alpha \in]0,\frac{\pi}{4}[$
- $\alpha+\beta=\frac{\pi}{2}$
- $\alpha+\theta=2\pi$

Qual das expressões seguintes é equivalente a senα+senβ+senθ?

(A) 2 senα+ cosα (B) 2 senα– cosα

(C) – cosα (D) cos α

(1.º Teste Intermédio 2011)

49. Determine o valor de $3-\frac{1}{tg\alpha}$ sabendo que $\alpha \in]0,\frac{\pi}{2}[$ e que $\cos(\frac{3\pi}{2}-\alpha)=-\frac{4}{5}$. Resolva este item sem recorrer à calculadora.

(1.º Teste Intermédio 2011)

Soluções: 1. π 2. 18h50m; 38 3. 2031; 229^0 4. 8 5. $+\infty$ 6. A 7. $[(5\pi-6\sqrt{3})/6, 2\pi+2]$; 3,8 8. $5\pi/36$
9. 4 10. A 11. A 12. 4; 0,2 e 1,4 13. 1; 1 e -4 14. B 15. $\pi/4$ e $5\pi/4$
16. 503; 3,4; 98; B 17. D 18. 0,42 19. A 20. A 21. B 22. B 23. D 24. B 25. 7/3 26. 1,7
27. C 28. $\pi/3$ 29. C 30. D 31. D 32. C 33. $\sqrt{60}$ 34. B 35. B 36. A 37. 2 38. B 39. C 40. $\pi/4$; 19/5
41. A 42. C 43. D 44. C 45. $\pi/3$; 38/3 46. C 47. B 48. D 49. 9/4

O professor: RobertOliveira