Escola Secundária Dr. Ângelo Augusto da Silva (2004/2005)

# 4.º TESTE DE MATEMÁTICA 11º5/6

**Duração: 90 minutos** **Classificação:** ⬜⬜ , ⬜

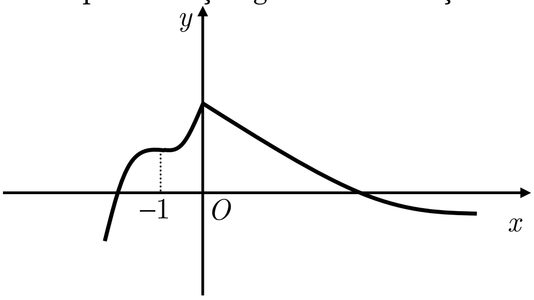
**2.º Período –10/03/05**

**Nome:** **N.º:** **O professor:**

## 1ª Parte (5 valores)

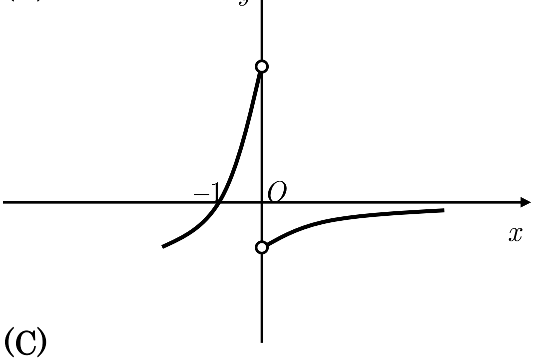
Em cada questão que responderes desta parte, sem apresentar cálculos, escreve na folha de respostas uma só letra, A, B, C ou D. Cada resposta certa vale **1** valor e cada errada tem cotação negativa (**–0,2** valores). No entanto, um total negativo nesta primeira parte do teste vale **0** pontos.

**(1)** Na figura junta está parte da representação gráfica da função real $f$.

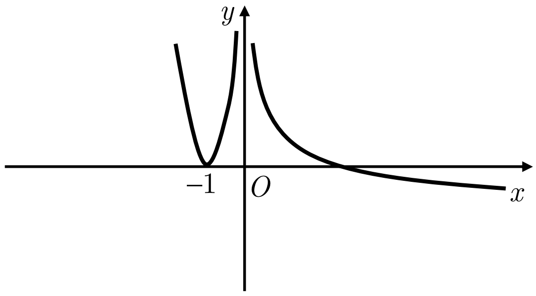



Qual das seguintes pode ser a representação gráfica da função $f'$, derivada de $f$?

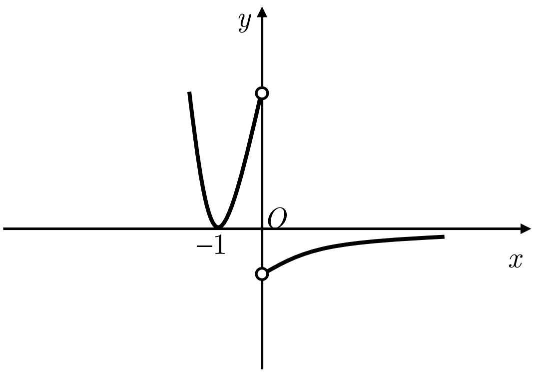
(A)



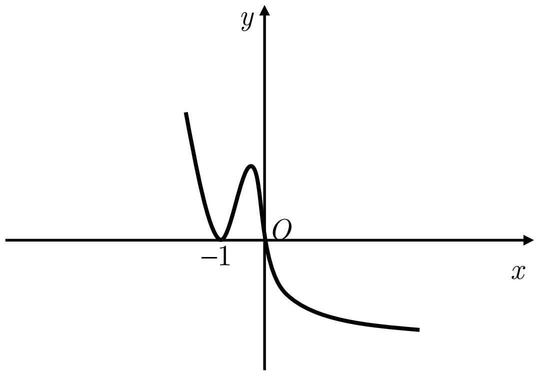

(B)



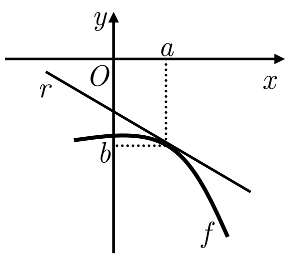

(C)




(D)




**(2)** Ao lado estão representados o gráfico da função $f$ e a recta $r$, tangente a ele no ponto $(a,b)$. Qual pode ser a equação de $r$?




(A) $y = ax + a$

(B) $y = ax - a$

(C) $y = bx + a$

(D) $y = bx - a$

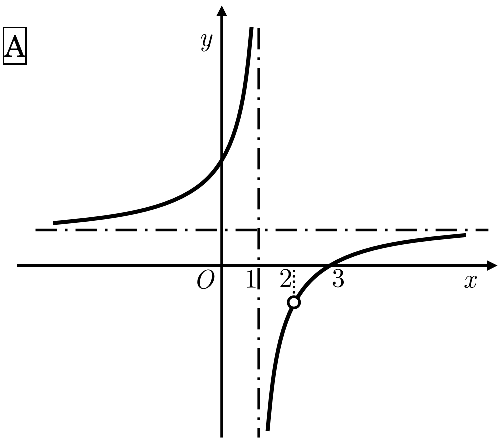
(3) De duas funções polinomiais $p$ e $q$, sabe-se que:

» A função $p$ tem apenas dois zeros: o 1 e o 2;

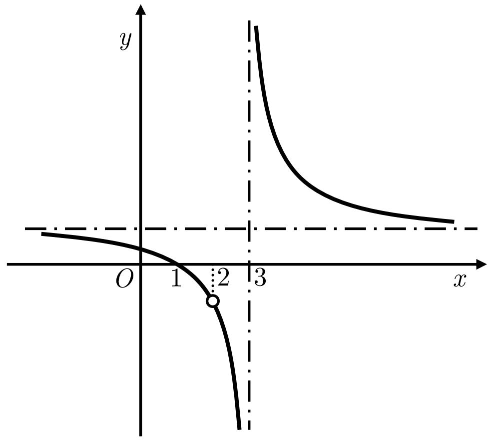
» A função $q$ tem também apenas dois zeros: o 2 e o 3.

Qual dos seguintes pode ser o gráfico da função $\frac{p}{q}$ ?

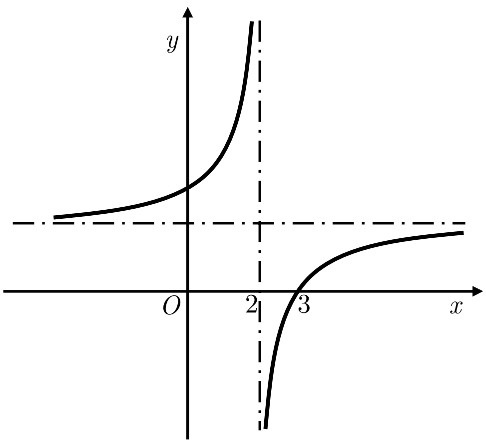
$\boxed{A}$



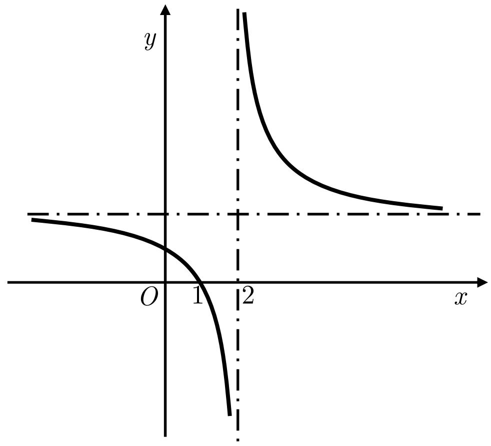

$\boxed{B}$




$\boxed{C}$




$\boxed{D}$

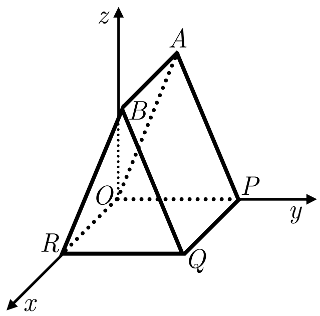



(4) Na figura está representado, em referencial o.n. $Oxyz$, um prisma triangular. Sabe-se que:

» O vértice $O$ coincide com a origem do referencial;

» Os vértices $R$ e $P$ pertencem aos semieixos positivos $Ox$ e $Oy$ respectivamente;

» Os segmentos $[PQ]$ e $[RQ]$ têm comprimento 4.




(4.1) Qual é a proposição verdadeira?

$\boxed{A}$ $\overrightarrow{RQ} \cdot \overrightarrow{PO} = 0$ $\boxed{B}$ $\overrightarrow{RQ} \cdot \overrightarrow{PR} = 0$ $\boxed{C}$ $\overrightarrow{RO} \cdot \overrightarrow{QB} = 0$ $\boxed{D}$ $\overrightarrow{RO} \cdot \overrightarrow{AQ} = 0$

(4.2) Das equações vectoriais seguintes, indica aquela que pode ser a equação da recta $RP$.

$\boxed{A}$ $(x,y,z) = (0,4,0) + \text{k}(1,0,-1),\ \text{k} \in \mathbb{R}$ $\boxed{B}$ $(x,y,z) = (0,4,0) + \text{k}(1,-1,0),\ \text{k} \in \mathbb{R}$

$\boxed{C}$ $(x,y,z) = (4,0,0) + \text{k}(1,1,1),\ \text{k} \in \mathbb{R}$ $\boxed{D}$ $(x,y,z) = (4,0,0) + \text{k}(-1,-1,-1),\ \text{k} \in \mathbb{R}$

## 2ª Parte (15 valores)

Nesta parte, apresenta o teu raciocínio de forma clara e indica todos os cálculos que fizeres para justificares as respostas.
**Atenção**: quando não é indicada a aproximação que se pede para um resultado, pretende-se sempre o **valor exacto**.

**(1)** Num laboratório, foi colocado um purificador de ar. Num determinado dia, o purificador foi ligado às zero horas e desligado algum tempo depois. Ao longo desse dia, o nível de poluição do ar diminuiu, enquanto o purificador esteve ligado. Uma vez o purificador desligado, o nível de poluição do ar começou de imediato a aumentar. Admite que o nível de poluição do ar no laboratório, medido em mg/l de ar, às $t$ horas desse dia, pode ser dado por $P(t) = 0{,}1t + \frac{1}{t+1}$, $t \in [0,24]$.

Nas quatro alíneas seguintes, sempre que, nos cálculos intermédios, procederes a arredondamentos, conserva, no mínimo, três casas decimais.

**(a)** Qual é o nível de poluição à uma hora e trinta minutos da tarde? Apresenta o resultado na unidade considerada, arredondado às décimas.

**(b)** Calcula (a menos de 0,01) a t.m.v. da função dada em [7,9]. Interpreta o resultado no contexto do problema.

**(c)** Determina, analiticamente, a velocidade de diminuição do nível de poluição às três horas.

**(d)** Sem recorrer à calculadora, a não ser para efectuar eventuais cálculos numéricos, resolve o seguinte problema:

*Quanto tempo esteve o purificador de ar ligado?*

Apresenta o resultado em horas e minutos (minutos arredondados às unidades).

**(e)** Utiliza as capacidades gráficas da tua calculadora para investigar a seguinte questão:

*Durante quanto tempo o nível de poluição foi inferior a* 1,5 mg/l ?

Numa pequena composição, indica as conclusões a que chegaste, justificando-as devidamente e indicando a resposta arredondada às décimas. Apresenta, na tua resposta, os elementos recolhidos na utilização da calculadora: gráficos e coordenada(s) de ponto(s) (coordenadas arredondadas às centésimas).

**(2)** Considera as funções reais definidas por $f(x) = 5 + 3x^2$, $g(x) = x^3$ e $h(x) = f(x) - g(x)$.
Usando processos analíticos, resolve as quatro alíneas seguintes:

**(a)** Usando a definição de derivada, calcula $f'(-2)$.

**(b)** Resolve, em $\mathbb{R}$, a condição $f(x) = g'(x)$.

**(c)** Escreve a equação reduzida da recta tangente ao gráfico de $h$ no ponto de abcissa 3.

**(d)** Mostra que a função $h$ tem apenas um máximo e determina-o.

**(3)** Dada a função definida por $f(x) = \frac{k}{x}$, $k \in \mathbb{R}$, usa a definição de derivada para provar que $f'(x) = -\frac{k}{x^2}$

---

### Regras de derivação

| | | |
|---|---|---|
| $(k)' = 0$ | $(kx)' = k$ | $(kx^2)' = 2kx$ |
| $(kx^3)' = 3kx^2$ | $\left(\frac{a}{x+b}\right)' = -\frac{a}{(x+b)^2}$ | $(u+v)' = u' + v'$ |

O professor: RobertOliveira