Escola Secundária de Francisco Franco (2009/2010)

www.esffranco.edu.pt

4.º TESTE DE MATEMÁTICA A

11.º 8

2.º Período **19/03/10** **Duração: 90 minutos**

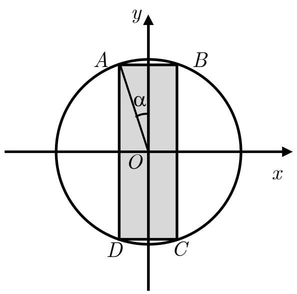
Nome: ____________ **N.º:** ____ **Classificação:**

O professor:

Grupo I

- Os cinco itens deste grupo são de escolha múltipla.
- Em cada um deles, são indicadas quatro alternativas de resposta, das quais só uma está correcta.
- Escreva na sua folha de respostas **apenas o número de cada item e a letra** correspondente à alternativa que seleccionar para responder a cada item.
- **Não apresente cálculos, nem justificações**.
- Se apresentar mais do que uma alternativa, ou se a letra transcrita for ilegível, a resposta será classificada com zero pontos.

1. Na figura ao lado está representado, em referencial o.n. xOy, o círculo trigonométrico e, inserido nele, um rectângulo $[ABCD]$. Tal como a figura sugere, α é a amplitude do ângulo que o segmento $[AO]$ faz com o semieixo positivo Oy.



Sabendo que $\alpha = \frac{\pi}{10}$, qual é o valor, arredondado às centésimas, da área do rectângulo $[ABCD]$?

(A) $1{,}12$ **(B)** $1{,}15$ **(C)** $1{,}18$ **(D)** $1{,}21$

2. Considere, num referencial o.n. $Oxyz$, os pontos $A(-2,0,1)$ e $B(2,0,4)$.
Qual pode ser uma condição para a esfera de diâmetro $[AB]$?

(A) $(x+2)^2+y^2+(z-3)^2 \le 0$ **(B)** $(x-2)^2+y^2+(z-3)^2 \le 6$

(C) $x^2+y^2+z^2-5z \le 0$ **(D)** $x^2+y^2+z^2-5z \le 6$

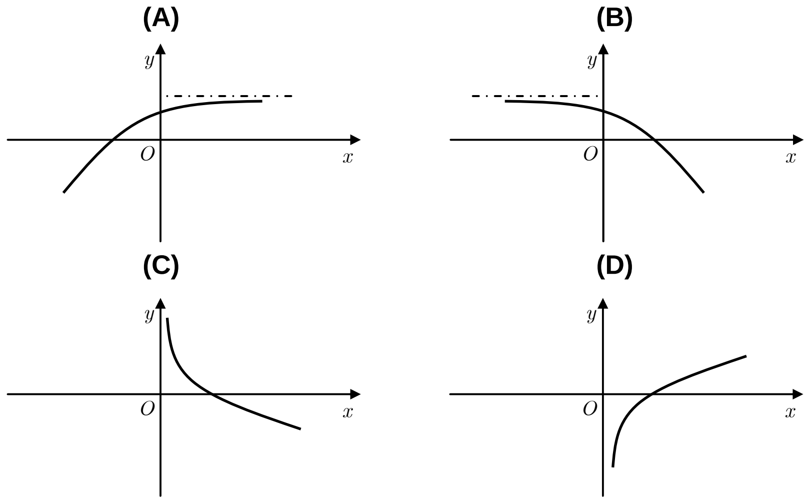
3. Considere as funções f e h, de domínios $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$ e $\mathbb{R}$ respectivamente, definidas por $f(x)=\frac{1}{x+2}$ e $h(x)=\sqrt[3]{x+2}$

Suponha que $a=(f\circ h)(-10)$ e $b=h^{-1}(-1)$.
Qual é a afirmação verdadeira?

(A) $a=-2$ e b não existe **(B)** a não existe e $b=-3$

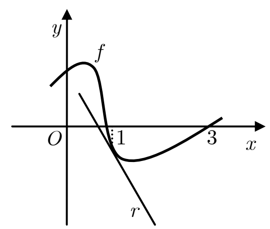
(C) $a=\sqrt[3]{-6}$ e b não existe **(D)** a não existe e $b=1$

4. De uma função g, sabe-se que o gráfico de $\frac{1}{g}$ admite apenas uma assimptota vertical de equação $x=1$.
Qual, dos gráficos seguintes, o que **não pode representar** a função g?



5. Na figura estão representados:

- parte do gráfico de uma função f, derivável em $\mathbb{R}$;
- uma recta r, tangente ao gráfico de f no ponto de abcissa 1.



Qual pode ser o valor de $\frac{f(1+h)-f(1)}{h}$ quando $h\to 0$?

(A) 1 **(B)** $f(0)$ **(C)** $f(3)$ **(D)** $\frac{1}{f(1)}$

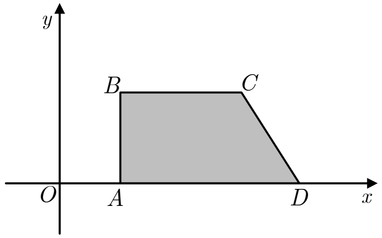
Grupo II

Nas respostas aos itens deste grupo apresente **todos os cálculos** que tiver de efectuar e **todas as justificações** necessárias.

Atenção: quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o **valor exacto**.

1. No referencial o.n. xOy do lado, está o trapézio rectângulo $[ABCD]$. Tal como se pode ver, as bases $[AD]$ e $[BC]$ são paralelas ao eixo das abcissas. Sabe-se que:

- as coordenadas de A são $(2,0)$;
- as coordenadas de C são $(6,3)$.



1.1. Considere o ponto T, **simétrico** de B em relação ao eixo Oy.
Escreva a equação reduzida da recta perpendicular a AC e que passa em T.

1.2. Sejam x a abcissa do ponto D e $p(x)$ o perímetro do trapézio $[ABCD]$.

1.2.1. Mostre que $p(x) = x + 5 + \sqrt{x^2 - 12x + 45}$.

1.2.2. **Sem recorrer à calculadora** (excepto para cálculos numéricos), determine a abcissa do ponto D de modo que o perímetro do trapézio $[ABCD]$ seja igual a 23.

2. Considere as funções reais definidas por $f(x) = x^2 + 5$ e $g(x) = \frac{x-1}{2x+3}$

2.1. Caracterize a função g^{-1}, inversa de g.

2.2. Usando a **definição de derivada**, mostre que $f\,'(2) = 4$.

2.3. Seja t a equação da recta tangente ao gráfico de f no ponto de abcissa 2.
Sem recorrer à calculadora, determine o ponto de intersecção entre t e o eixo das abcissas.

3. *"- Tem vindo a subir nos últimos seis mil anos, desde o começo do Holocénico. O nível do mar tem vindo a subir ao ritmo de dez a vinte centímetros por cada cem anos."*

ESTADO DE PÂNICO, Michael Crichton

Numa certa localidade costeira, foi possível medir o nível médio das suas águas (em milímetros) de 1990 a 2005, sendo este dado, após t anos, pela função definida por

$$n(t) = 0,02t^3 - 0,44t^2 + 2,38t + 200$$

$n(0)$ representa o nível médio das águas dessa localidade no início de 1990.

3.1. **Sem recorrer à calculadora** (excepto para cálculos numéricos), resolva as duas alíneas seguintes:

3.1.1. Calcule e interprete a taxa média de variação da função n em $[0,3]$.

3.1.2. Determine a **taxa de variação** no início do primeiro ano do século XXI.

3.2. **Recorrendo às capacidades gráficas da calculadora,** determine durante quanto tempo é que, no século passado, o nível médio das águas foi superior a $203\ mm$.

Escreva o resultado final em anos e meses (com o número de meses arredondado às unidades).

Apresente todos os elementos recolhidos na utilização da calculadora, nomeadamente o gráfico, ou gráficos, obtidos, bem como as coordenadas dos pontos relevantes para a resolução do problema (apresente as abcissas com três casas decimais).

4. Seja h a função, de domínio $\mathbb{R}^+$, definida por $h(x) = \sqrt[3]{\sqrt{64x}} - \frac{1}{x^{-1/6}}$.

Prove que o ponto $\left(3, \sqrt[6]{3}\right)$ pertence ao gráfico de h.

FIM

COTAÇÕES

Grupo I (50 pontos)	Cada resposta certa: + 10	Cada questão errada, não respondida ou anulada: 0

Grupo II (150 pontos)	**1.**......................**45** **1.1.**...........15 **1.2.1.**.........15 **1.2.2.**.........15	**2.**......................**45** **2.1.**...........15 **2.2.**...........15 **2.3.**...........15	**3.**......................**45** **3.1.1.**........16 **3.2.2.**........13 **3.2.**...........16	**4.**......................**15**