

Escola Básica e Secundária Dr. Ângelo Augusto da Silva (2008/2009)

4.º TESTE DE MATEMÁTICA A

11.º ano

Duração: 90 minutos
2.º Período - 19/03/09

Nome: \_\_\_\_\_
N.º: \_\_\_\_\_
Turma: \_\_\_\_\_

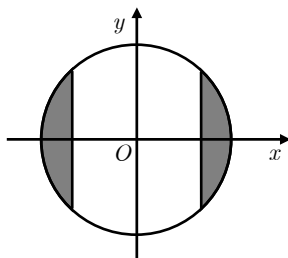
www.ebsaas.com

Classificação:    ,  O professor: \_\_\_\_\_

### Grupo I

- Os cinco itens deste grupo são de escolha múltipla.
- Para cada um deles, são indicadas quatro alternativas de resposta, das quais só uma está correcta.
- Escreva na sua folha de respostas **apenas a letra** correspondente à alternativa que seleccionar para responder a cada item.
- Se apresentar mais do que uma letra, a resposta será classificada com zero pontos, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- **Não apresente cálculos, nem justificações.**

1. Na figura está representada, em referencial o.n.  $xOy$ , uma circunferência de equação  $x^2 + y^2 = 20$ .



Qual das condições seguintes pode definir o domínio plano sombreado?

- (A)  $x^2 + y^2 \leq 20 \wedge (x \leq -5 \vee x \geq 5)$     (B)  $x^2 + y^2 \leq 20 \wedge (x \leq -3 \vee x \geq 3)$   
 (C)  $x^2 + y^2 \leq 20 \wedge (y \leq -5 \vee y \geq 5)$     (D)  $x^2 + y^2 \leq 20 \wedge (y \leq -3 \vee y \geq 3)$

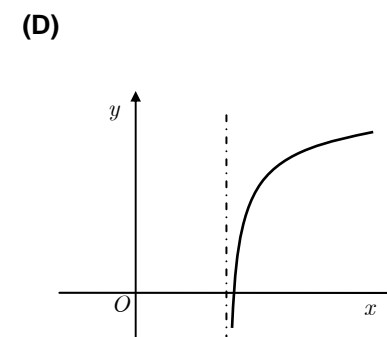
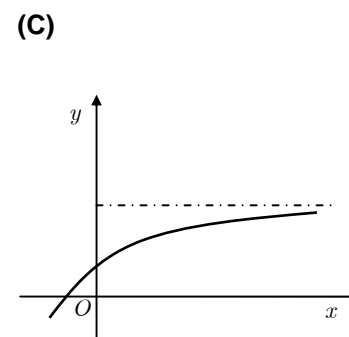
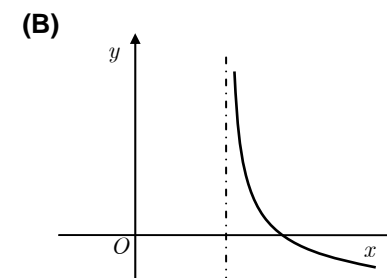
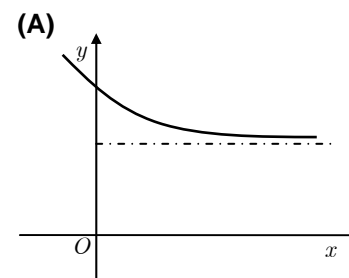
2. Considere, num referencial o.n.  $Oxyz$ , a recta que contém os pontos  $A(1, 2, 3)$  e  $B(0, 5, 3)$ . Das condições seguintes, qual **não** pode definir uma recta perpendicular à recta  $AB$ ?

- (A)  $(x, y, z) = k(3, -1, 0), k \in \mathbb{R}$       (B)  $(x, y, z) = k(3, 1, 0), k \in \mathbb{R}$   
 (C)  $(x, y, z) = k(6, 2, 0), k \in \mathbb{R}$       (D)  $(x, y, z) = k(0, 0, 1), k \in \mathbb{R}$

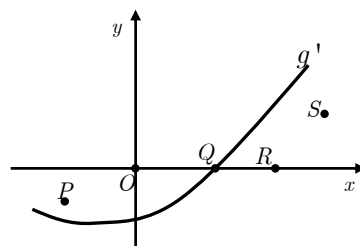
3. De uma função  $f$ , sabe-se que:

- A recta de equação  $y = 2$  é uma assíptota do gráfico de  $f$ ;
- $f'(x) > 0 \quad \forall x \in D_f$ .

Qual dos seguintes pode representar o gráfico de  $f$ ?



4. Seja  $g$  uma função de domínio  $\mathbb{R}$ , com derivada finita em todos os pontos do seu domínio. Na figura junta encontra-se parte do gráfico de  $g'$ , **função derivada** de  $g$ , bem como alguns pontos. Sabendo que a origem do referencial pertence ao gráfico de  $g$ , quais dos pontos dados podem também pertencer ao gráfico de  $g$ ?



- (A)  $P, Q$  e  $R$     (B)  $Q, R$  e  $S$     (C)  $P$  e  $Q$     (D)  $R$  e  $S$

5. Considere as funções  $f$  e  $h$ , ambas de domínio  $\mathbb{R}$ , definidas respectivamente por

$$f(x) = \frac{1}{x^2+1} \quad \text{e} \quad h(x) = \begin{cases} \sqrt{3-x} & \text{se } x < 0 \\ 3 & \text{se } x = 0 \\ \frac{x+1}{3} & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

Qual é o valor de  $(f \circ h)(0)$ ?

- (A)  $\sqrt{2}$     (B)  $\frac{9}{10}$     (C)  $\frac{1}{10}$     (D)  $\frac{2}{3}$

### Grupo II

Nas respostas a itens deste grupo apresente **todos os cálculos** que tiver de efectuar e **todas as justificações** necessárias.

**Atenção:** quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o **valor exacto**.

1. “Junto às paredes alinhava-se uma meia dúzia de sofás, emparelhando com outras tantas cadeiras de coiro, e depois a sala estendia-se pelas traseiras da Câmara, formando um ângulo. Na extremidade oposta estavam reunidos três homens em frente de um bar semicircular.”

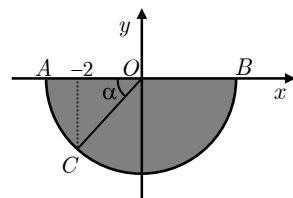
O HOMEM, Irving Wallace

Na figura junta está representada, em referencial o.n.  $xOy$ , um semicírculo de diâmetro igual a 6.

A origem do referencial é o ponto médio do diâmetro.

Tal como se pode ver na figura:

- O ponto  $C$  pertence à semicircunferência e a sua abscissa é igual a  $-2$ ;
- $\alpha$  é a amplitude do ângulo  $AOC$ .



Determine, com aproximação às décimas do grau, a amplitude de  $\alpha$ .

2. Considere, num referencial o.n.  $xOy$ , os gráficos das funções  $f$  e  $g$ , de domínio  $[0, 4]$ , definidas por  $f(x) = \sqrt[3]{x+2}$  e  $g(x) = 1 + f(-x)$ .

Determine a **área de um triângulo**  $[ABO]$ , com aproximação às décimas, **recorrendo às capacidades gráficas da sua calculadora**.

Para construir o triângulo  $[ABO]$ , percorra os seguintes passos:

- visualize as curvas representativas dos gráficos das duas funções, no domínio indicado;
- reproduza, na sua folha de respostas, o referencial e as curvas visualizadas na calculadora;
- assinale, ainda:
  - a origem  $O$  do referencial;
  - o ponto  $A$  de intersecção do gráfico da função  $g$  com o eixo  $Oy$ , indicando a sua ordenada com aproximação às décimas;
  - o ponto  $B$  de intersecção do gráfico das duas funções, indicando as suas coordenadas com aproximação às décimas.

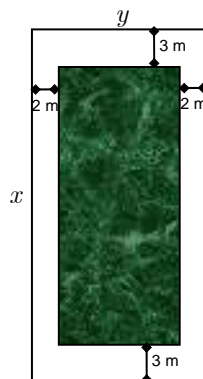
3. Seja  $f$  uma função, de domínio  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ , definida por  $f(x) = \frac{4x^2-4}{x^3+x+2}$  e  $g$  outra função, de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por  $g(x) = 5x - 3$ .

**Sem usar a calculadora**, resolva os três itens seguintes.

- 3.1. Mostre que  $f(x) = \frac{4x-4}{x^2-x+2}$  e justifique que o ponto de abscissa 1 pertence ao gráfico da função  $f \circ g$  e à bissetriz dos quadrantes ímpares.
- 3.2. Indique, na forma de intervalo de números reais, o conjunto solução da condição  $f(x) \leq 0$ .
- 3.3. Seja agora a função  $h$ , de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por  $h(x) = x \cdot g(x)$ . Mostre que existe apenas um ponto no gráfico de  $h$  cuja recta tangente é paralela à recta definida pelo gráfico de  $g$ .

4. Os condóminos de um conjunto de apartamentos pretendem construir um jardim rectangular, dispondo para isso de uma outra zona envolvente, também rectangular, e com uma área igual a 1734 metros quadrados.

Tal como se vê na figura, o jardim deve ser plantado dentro da tal zona envolvente com um certo comprimento  $x$  (a 3 metros da margem) e uma certa largura  $y$  (a 2 metros da margem).



- 4.1. Os condóminos pretendem saber as dimensões  $x$  e  $y$  da zona envolvente de modo a maximizar a área do jardim. Sem usar a calculadora, determine essas dimensões.

Para determiná-las, percorra os seguintes passos:

- Justifique que  $y = \frac{1734}{x}$ ;
- Mostre que a área do jardim em metros quadrados é dada, em função da variável  $x$ , por  $a(x) = 1758 - 4x - \frac{10404}{x}$ ;
- Determine as dimensões pedidas, em metros.

- 4.2. O conjunto solução da condição  $a(x) \geq 1200$  é um intervalo fechado  $[\alpha, \beta]$ .

Recorrendo à sua calculadora, **determine**, graficamente, valores para  $\alpha$  e  $\beta$ , arredondados às centésimas.

**Interprete** a resposta no contexto do problema.

**Nota:** apresente, na sua resposta, os elementos recolhidos na utilização da calculadora, nomeadamente, o gráfico ou gráficos obtido(s), bem como coordenadas relevantes de pontos.

FIM

### COTAÇÕES

<b>Grupo I</b> (50 pontos)	Cada resposta certa: + 10		Cada questão errada, não respondida ou anulada: 0	
<b>Grupo II</b> (150 pontos)	1..... 20	2..... 22	3..... 63 3.1..... 21 3.2..... 21 3.3..... 21	4..... 45 4.1..... 25 4.2..... 20