

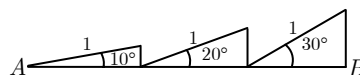
3.º TESTE DE MATEMÁTICA A

Grupo I

- Os cinco itens deste grupo são de escolha múltipla.
- Em cada um deles, são indicadas quatro alternativas de resposta, das quais só uma está correcta.
- Escreva na sua folha de respostas **apenas o número de cada item e a letra** correspondente à alternativa que seleccionar para responder a cada item.
- **Não apresente cálculos, nem justificações.**
- Se apresentar mais do que uma alternativa, ou se a letra transcrita for ilegível, a resposta será classificada com zero pontos.

1. “A sua cabeça encheu-se com ideias de Pitágoras, geometria sagrada e ângulos, e perguntou-se se «grau» poderia ter um significado matemático (...) Voltou o anel dez graus... vinte graus... trinta graus... (...) Quando o anel chegara aos trinta e três graus, o cubo transformara-se, de repente, diante de si. Os painéis quadrados que constituíam os lados da caixa afastaram-se e caíram, quando as dobradiças escondidas os libertaram.”
O SÍMBOLO PERDIDO, Dan Brown

Tendo em conta a figura ao lado, qual é o comprimento do segmento AB ?



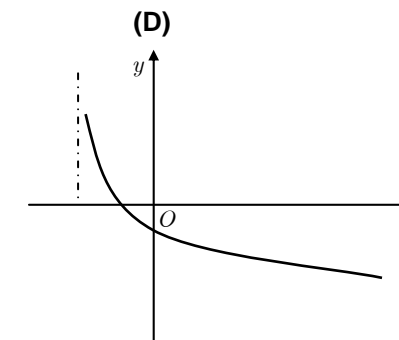
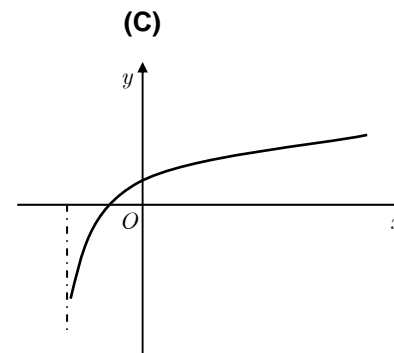
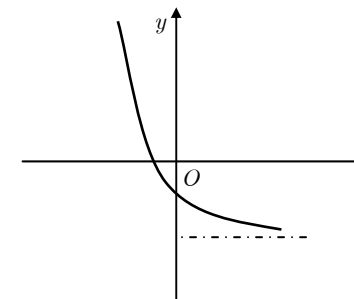
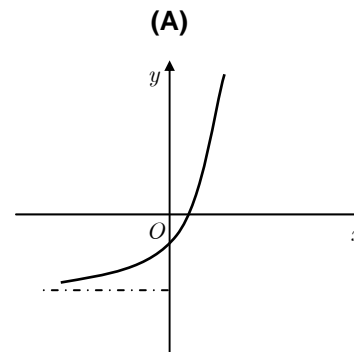
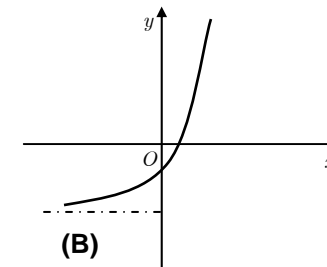
- (A) $\sin(10^\circ) + \sin(20^\circ) + \sin(30^\circ)$ (B) $\cos(10^\circ) + \cos(20^\circ) + \cos(30^\circ)$
 (C) $\operatorname{tg}(10^\circ) + \operatorname{tg}(20^\circ) + \operatorname{tg}(30^\circ)$ (D) $\sin(10^\circ) + \cos(20^\circ) + \operatorname{tg}(30^\circ)$

2. Considere, num referencial o.n. xOy , os pontos $A(0, 6)$ e $B(2, 0)$. Dado um número $k \in \mathbb{R}$, qual das seguintes pode ser a equação reduzida da recta que representa a família de rectas perpendiculares a AB ?

- (A) $y = -\frac{1}{3}x + k$ (B) $y = \frac{1}{3}x + k$ (C) $y = -3x + k$ (D) $y = 3x + k$

3. Seja h a função de domínio \mathbb{R} cujo gráfico está parcialmente ao lado.

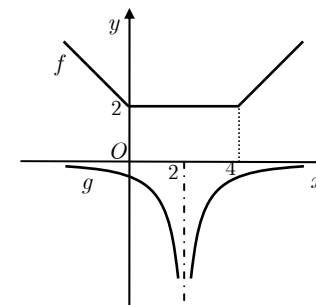
Qual das figuras seguintes pode ser parte do gráfico da função **inversa** de h ?



4. Na figura do lado estão representadas parte dos gráficos das funções f e g , de domínios \mathbb{R} e $\mathbb{R} \setminus \{2\}$, respectivamente.

Qual dos seguintes conjuntos pode representar o domínio da função $g \circ f$?

- (A) $]-\infty, 0[\cup]2, +\infty[$ (B) $]-\infty, 0[\cup]4, +\infty[$
 (C) $\mathbb{R} \setminus \{2; 4\}$ (D) $\mathbb{R} \setminus \{2\}$



5. Uma função f é definida por uma expressão do tipo $f(x) = a + \frac{b}{x-c}$, onde a , b e c designam números reais.

As tabelas seguintes reflectem um pouco o comportamento da função f (sendo que, alguns dos valores são aproximados).

x	-4,9	-4,998	-4,99997
$f(x)$	47	2497	166663,(6)

x	30	4000	50000
$f(x)$	-2,857	-2,99875	-2,9999

Quais podem ser as equações das assíntotas do gráfico de f ?

- (A) $x = -5$ e $y = -3$ (B) $x = -5$ e $x = -3$
 (C) $x = -3$ e $y = -5$ (D) $y = -5$ e $y = -3$

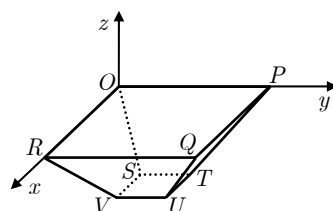
Grupo II

Nas respostas aos itens deste grupo apresente **todos os cálculos** que tiver de efectuar e **todas as justificações** necessárias.
Atenção: quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o **valor exacto**.

1. “Viu-o com clareza. Um ténue cubo a envolver a minúscula pirâmide (...) Olhou de novo para a pirâmide de pedra incompleta que estava em cima da mesa. O topo era plano – uma pequena área quadrada –, um espaço em branco que aguardava simbolicamente a sua peça final... a peça que transformaria a Pirâmide Inacabada em Pirâmide Verdadeira.”

O SÍMBOLO PERDIDO, Dan Brown

No referencial o.n. $Oxyz$ da figura, encontra-se um tronco de uma pirâmide invertida $[OPQRSTUV]$, quadrangular, regular e recta.



Sabe-se que:

- a base maior do tronco está contida no plano xOy ;
- $z - 2y + 6 = 0$ é uma equação do plano PQT .

Sejam:

- r a recta perpendicular ao plano PQT e que passa no ponto Q ;
- A o ponto de intersecção entre r e o plano xOz .

Determine as coordenadas de A .

Sugestão

Percorra as seguintes etapas:

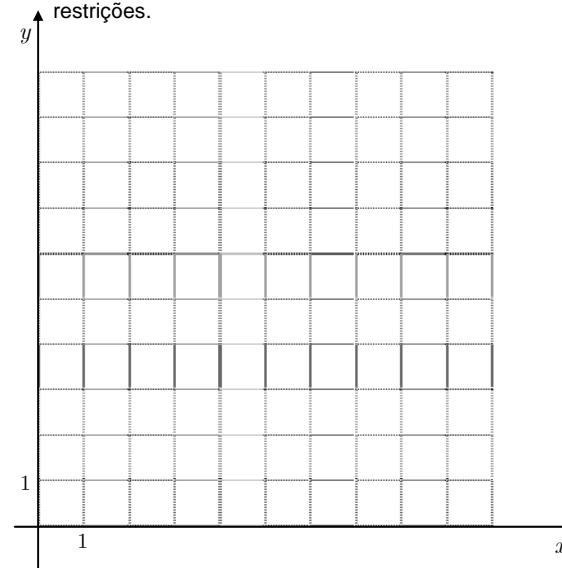
- Determine as coordenadas do ponto Q ;
- Indique uma condição para a recta r ;
- Escreva as coordenadas pedidas.

2. Um stande vende, mensalmente, x carrinhas e y automóveis.

Devido a diversos factores, sabe-se que existem as seguintes restrições a ter em conta:

$$x \geq 3 \wedge y \geq 0 \wedge x + y \leq 10 \wedge 2x + y \geq 10 \wedge 4y - x \geq 4$$

- 2.1. Represente, no referencial seguinte, a região admissível, referente ao sistema de restrições.



- 2.2. Sabe-se que o stande tem um custo administrativo mensal de 100 euros por cada carrinha vendida e de 50 euros por cada automóvel vendido. Indique, justificando, quantas carrinhas e quantos automóveis deve o stande vender de modo a minimizar os custos administrativos mensais.

3. Considere as funções reais f , g e h definidas por:

$$f(x) = x - 1 \quad g(x) = \frac{x^3 - 1}{x - 2} \quad h(x) = \frac{2}{x + 3}$$

- 3.1. **Sem recorrer à calculadora**, determine o conjunto dos números reais x tais que $f(x) - x \leq \frac{4}{x - 5}$.

Apresente a resposta final na forma de intervalo (ou união de intervalos).

- 3.2. Caracterize as seguintes funções (escrevendo as suas expressões o mais simplificadaamente):

3.2.1. $\frac{g}{f}$;

3.2.2. $h \circ f$.

4. O *Bugatti Veyron* é o automóvel mais rápido do mundo (e também o mais caro).

Admita que, t segundos após o *Bugatti* começar um teste de velocidade, esta é dada, em quilómetros por hora, por

$$v(t) = 407 - \frac{3133,9}{t+7,7}.$$

- 4.1. Determine a velocidade do *Bugatti Veyron* um minuto após o início do teste. Apresente o resultado em quilómetros por hora, arredondado às unidades.

- 4.2. **Sem usar a calculadora** (excepto para cálculos numéricos), calcule o tempo que o *Bugatti* demora a atingir os cem quilómetros por hora. Apresente o resultado em segundos, arredondado às décimas.



Nota: se usar cálculos intermédios, conserve três casas decimais.

- 4.3. Admita que existe um outro automóvel cuja velocidade, t segundos após o começar um teste idêntico, é dada, em quilómetros por hora, por

$$w(t) = 350 - \frac{1400}{0,02t^3+4}.$$

Recorrendo às capacidades gráficas da sua calculadora, resolva e interprete, no domínio $[0, 100]$, a seguinte condição: $w(t) \geq v(t)$

Reproduza, na folha de respostas, os gráficos, visualizados na calculadora, devidamente identificados, incluindo o referencial.

Assinale os pontos em que se baseou para dar a sua resposta, indicando as coordenadas relevantes (arredondadas às décimas).

FIM

COTAÇÕES

Grupo I (50 pontos)	Cada resposta certa: + 10	Cada questão errada, não respondida ou anulada: 0
-------------------------------	---------------------------	---------------------------------------------------

Grupo II (150 pontos)	1.....20	2.....24	3.....52	4.....54
		2.1.....12	3.1.....20	4.1.....14
		2.2.....12	3.2.1.....16	4.2.....20
		3.2.2.....16	4.3.....20	