

www.ebsaas.com

Escola Básica e Secundária Dr. Angelo Augusto da Silva (2008/2009)

3.º TESTE DE MATEMÁTICA A **11.º ano**

Duração: 90 minutos 2.º Período - 12/02/09

Nome: _____ N.º: _____ Turma: _____

Classificação: , O professor: _____

Grupo I

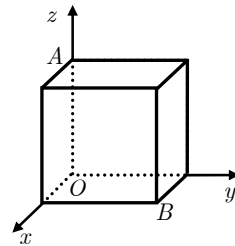
- Os cinco itens deste grupo são de escolha múltipla.
- Para cada um deles, são indicadas quatro alternativas de resposta, das quais só uma está correcta.
- Escreva na sua folha de respostas **apenas a letra** correspondente à alternativa que seleccionar para responder a cada item.
- Se apresentar mais do que uma letra, a resposta será classificada com zero pontos, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- **Não apresente cálculos, nem justificações.**

1. Na figura está representado, em referencial o.n. $Oxyz$, um cubo. Sabe-se que:

O cubo têm um dos vértices na origem do referencial;

O ponto A tem coordenadas $(0, 0, 3)$ e pertence ao cubo;

O ponto B pertence ao cubo e está situado no plano xOy .

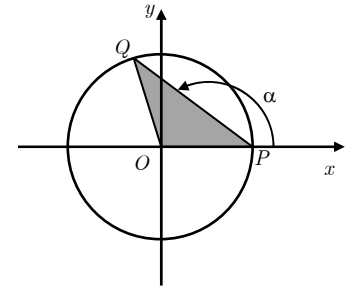


Qual é a equação de um plano que passa na origem do referencial e é perpendicular à recta AB ?

- (A) $x + y - z = 3$ (B) $x - y - z = 3$
- (C) $x + y - z = 0$ (D) $x - y - z = 0$

2. “(...) veríamos doze centímetros de borboleta ajeitando sobre as nossas cabeças, o anjo da escuridão exibindo as suas asas negras e amarelas, e de repente, depois de rasar o chão e traçar o círculo de onde já não sairemos, ascender verticalmente diante de nós e colocar a sua caveira diante da nossa.”
AS INTERMITÊNCIAS DA MORTE, José Saramago

Na figura ao lado está representado, em referencial o.n. xOy , o círculo trigonométrico. Os pontos P e Q pertencem à circunferência. A área do triângulo $[OPQ]$ é igual a $0,3$ e, tal como é sugerido na figura, α é a amplitude do ângulo que o segmento $[PQ]$ faz com o semieixo positivo Ox .



Qual é, no sistema sexagesimal, um valor (aproximado às unidades) de α ?

- (A) 143° (B) 144° (C) 145° (D) 146°

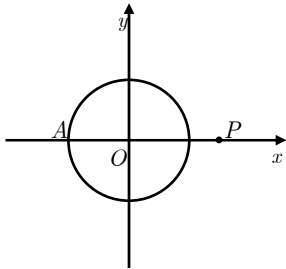
3. Numa loja de artigos electrónicos, foi possível concluir que, t semanas após o lançamento de um novo «ipod», o número total de exemplares vendidos é dado, aproximadamente, por

$$N(t) = 800 - \frac{720}{0,3t+1}, \quad t \geq 0$$

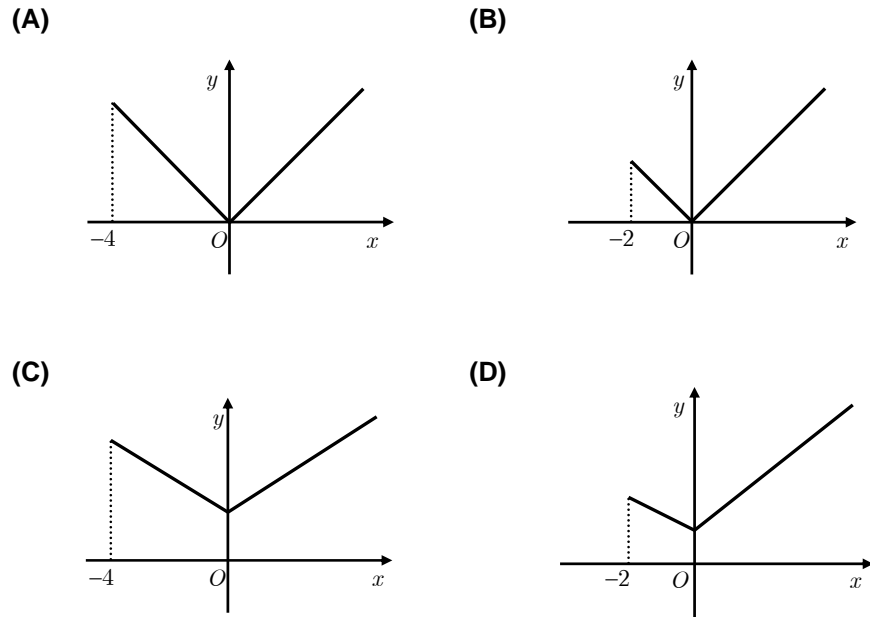
Tendo em conta este modelo matemático, qual é a afirmação **falsa**?

- (A) Inicialmente, a loja vendeu 80 exemplares;
- (B) O número de exemplares vendidos esteve sempre a aumentar;
- (C) A loja irá ultrapassar o milhar de exemplares vendidos;
- (D) Após um mês, já tinham sido vendidos mais de 400 exemplares.

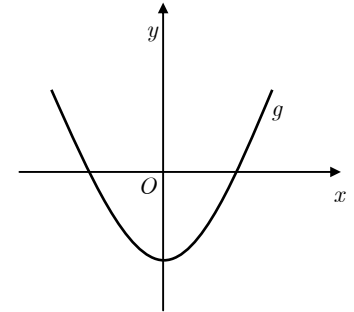
4. Considere a circunferência, no referencial o.n. xOy a seguir, de equação $x^2 + y^2 = 4$.



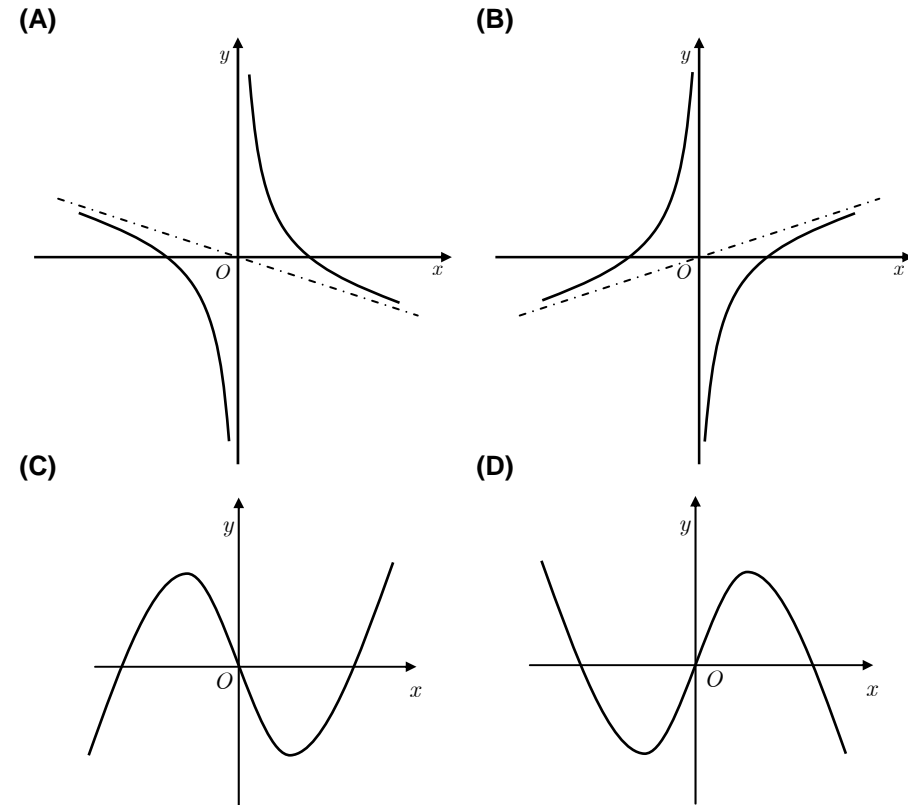
Admita que um ponto P se desloca ao longo do eixo Ox , partindo do ponto $A(-2, 0)$, e deslocando-se no sentido do vector \overrightarrow{AO} . Seja $d(x)$ a distância do ponto P ao ponto O , em função da abscissa de P . Qual dos gráficos seguintes pode ser o da função d ?



5. Dados os números reais e não nulos a e c , seja g a função definida por $g(x) = ax^2 + c$, cujo gráfico está representado ao lado. Seja f a função cujo gráfico é a bissectriz dos quadrantes ímpares.



Em qual das figuras seguintes pode estar a representação gráfica da função definida por $\frac{g(x)}{f(x)}$?

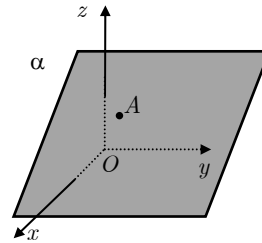


Grupo II

Nas respostas a itens deste grupo apresente **todos os cálculos** que tiver de efectuar e **todas as justificações** necessárias.

Atenção: quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o **valor exacto**.

1. O plano α representado parcialmente no referencial o.n. $Oxyz$ do lado tem por equação $x + z = 4$ e contém o ponto $A(2, 1, 2)$.



1.1. Seja r a recta que passa no ponto A e é perpendicular ao plano α . Justifique que esta recta intersecta o plano xOy exactamente no eixo Oy .

1.2. Considere agora o plano β definido pela equação $3x - 5y - 3z = 5$. Mostre que α e β são perpendiculares.

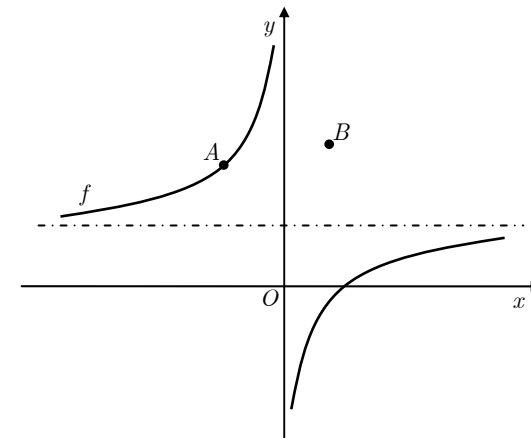
2. Considere as funções definidas por:

- $f(x) = \frac{4x-5}{2-x}$ de domínio $\mathbb{R} \setminus \{2\}$;
- $g(x) = x + 4$ de domínio \mathbb{R} .

Sem usar a calculadora, resolva os quatro itens seguintes.

- 2.1. Escreva as equações das assíptotas do gráfico de f .
- 2.2. Indique, na forma de intervalos de números reais, o conjunto de números reais para os quais a função f é positiva.
- 2.3. Mostre que o gráfico da função $f + g$ intersecta o eixo Ox no ponto de abcissa -1 .
- 2.4. Caracterize a função $g \circ f$.

3. A seguir está representado o gráfico da função f , de domínio $\mathbb{R} \setminus \{0\}$:



Sabe-se que:

- A função f é da forma $a + \frac{b}{x}$ com $a, b \in \mathbb{R}$;
- parte da informação sobre f está na seguinte tabela:

x	10	-200	5000	-100000
$f(x)$	1,6	2,02	1,9992	2,00004

- o ponto $A(-2, 4)$ pertence ao gráfico de f ;
- o ponto B pertence ao gráfico da função g , definida por $g(x) = f(x - h)$, $h \in \mathbb{R}$;
- a abcissa do ponto B é $\frac{3}{2}$.

Sabendo que o domínio de g é $\mathbb{R} \setminus \{3\}$, determine a ordenada do ponto B .

Sugere-se que:

- use a tabela para descobrir o valor de a ;
- use o ponto A para descobrir o valor de b ;
- determine a ordenada de B .

4. Admita que a taxa da mortalidade da população portuguesa, por cada mil habitantes, é dada, t anos após 2000, aproximadamente por

$$M(t) = \frac{8t^3 + 238t^2 + 2360t + 7500}{0,06t^4 + 2,4t^3 + 36,1t^2 + 242t + 611} \quad (t \in [0, 50])$$

Recorrendo à calculadora, responda à seguinte questão:

“Segundo a lei anterior, haverá um ano em que a taxa de mortalidade portuguesa (por cada mil habitantes) será inferior a 5. Determine-o.

Nota: apresente, na sua resposta, os elementos recolhidos na utilização da calculadora, nomeadamente, o gráfico ou gráficos obtido(s), bem como coordenadas (arredondadas às centésimas) relevantes de pontos.

5. Num pequeno restaurante, existem dois pratos do dia a ter em conta pelos clientes: o prato Crise e o prato Normal.

O prato Crise é confeccionado com 30 g de batatas e 40 g de salsichas e o prato Normal é confeccionado com 50 g de batatas e 100 g de salsichas.

Para cada dia, existem, no **mínimo**, 2,5 kg de batatas e 5 kg de salsichas para fazerem os pratos.

Cada prato Crise custa 1,5 euros a ser confeccionado e cada prato Normal custa 2,5 euros.

Represente por x o número de pratos Crise e por y o número de pratos Normal a serem confeccionados diariamente nesse restaurante.

Quantos pratos de cada tipo devem ser confeccionados de modo que o restaurante minimize os custos diários com as batatas e as salsichas?

Percorra, sucessivamente, as seguintes etapas:

- indique as restrições do problema;
- indique a função objectivo;
- represente graficamente a região admissível, referente ao sistema de restrições;
- indique os valores das variáveis para os quais é mínima a função objectivo.

FIM

COTAÇÕES

Grupo I (50 pontos)	Cada resposta certa: + 10	Cada questão errada, não respondida ou anulada: 0
------------------------	---------------------------	--

Grupo II (150 pontos)	1..... 25	2..... 63	3..... 22	4..... 18	5..... 22
	1. 1. . 14 1. 2. . 11	2. 1. . 11 2. 2. . 18 2. 3. . 16 2. 4. . 18			