

**2.º TESTE DE MATEMÁTICA A****11.º 2 e 11.º 5**

Duração: 90 minutos

1.º Período - 07/12/06

Nome: \_\_\_\_\_

N.º: \_\_\_\_\_

Turma: \_\_\_\_\_

[www.esaas.com](http://www.esaas.com)Classificação:   , 

O professor: \_\_\_\_\_

**1ª Parte**

Nesta parte, sem apresentares cálculos, escreve na tua folha de respostas apenas a letra correspondente à alternativa que seleccionares para responder a cada questão: A, B, C ou D.

1. “O brigue deu duas culpadadas e ficou imóvel, adornando a estibordo com uma inclinação de trinta graus.”

OS FILHOS DO CAPITÃO GRANT, Jules Verne

O professor disse: *Escrevam uma equação de uma recta no plano com uma com uma inclinação de  $30^\circ$  e que passa na origem do referencial.*

O Fernando escreveu:  $y = 30x$ O Jesualdo escreveu:  $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$ O Paulo escreveu:  $(x, y) = k\left(1, \operatorname{tg} \frac{\pi}{6}\right)$ ,  $k \in \mathbb{R}$ 

Vão ter a resposta certa:

Ⓐ O Fernando e o Jesualdo;

Ⓑ O Fernando e o Paulo;

Ⓒ O Jesualdo e o Paulo;

Ⓓ Todos.

2. Dados os vectores  $\vec{a}$  e  $\vec{b}$  num referencial o.n., sabe-se que  $\vec{a} \cdot \vec{b} = \|\vec{a}\| = \|\vec{b}\| = 5$ .

Qual é o valor aproximado da amplitude do ângulo formado por  $\vec{a}$  e  $\vec{b}$  ?Ⓐ  $25^\circ$ Ⓑ  $38^\circ$ Ⓒ  $65^\circ$ Ⓓ  $78^\circ$ 

3. Seja  $y = -\frac{4}{3}x + 1$  a equação da mediatriz de um segmento de recta [AB]. Qual das seguintes pode definir a equação da recta AB?

Ⓐ  $y = \frac{3}{4}x + 1$ Ⓑ  $(x, y) = (3, -4) + k(-4, 3)$ ,  $k \in \mathbb{R}$ Ⓒ  $y = -\frac{3}{4}x + 1$ Ⓓ  $(x, y) = (4, 3) + k(3, 4)$ ,  $k \in \mathbb{R}$

4. Num referencial o.n.  $xOy$ , são dados os pontos  $S(2,0)$  e  $T(0,-2)$ . Qual das condições seguintes representa uma equação da circunferência de diâmetro  $[ST]$ ?

Ⓐ  $(x - 1, y + 1) \cdot (2, -2) = 0$

Ⓑ  $(x - 2, y + 2) \cdot (1, -1) = 0$

Ⓒ  $(x - 1, y) \cdot (x, y + 1) = 0$

Ⓓ  $(x - 2, y) \cdot (x, y + 2) = 0$

5. “(...) e o velho ouvia a pele e a carne rasgarem-se no grande peixe, quando cravou o arpão na cabeça do tubarão, no ponto de intersecção da linha dos olhos com a linha do nariz.”

O VELHO E O MAR, Ernest Hemingway

Considera, num referencial o.n.  $Oxyz$ , as rectas definidas pelas equações  $x - 1 = y + 2 = z$  e  $x = 1 \wedge y + 2 = z$ . Então, podemos afirmar que essas rectas:

Ⓐ Intersectam-se num ponto e são perpendiculares;

Ⓑ Intersectam-se num ponto mas não são perpendiculares;

Ⓒ Pertencem a um mesmo plano e são paralelas;

Ⓓ Não pertencem a um mesmo plano.

## 2ª Parte

Nesta parte, apresenta o teu raciocínio de forma clara e indica todos os cálculos que fizeres para justificares as respostas.

**Atenção:** quando não é indicada a aproximação que se pede para um resultado, pretende-se sempre o **valor exacto**.

1. Considera os seguintes planos e respectivas equações:

$$\alpha : 3x + y = 2$$

$$\beta : 2x + z = -2$$

$$\chi : x + y - z = 0$$

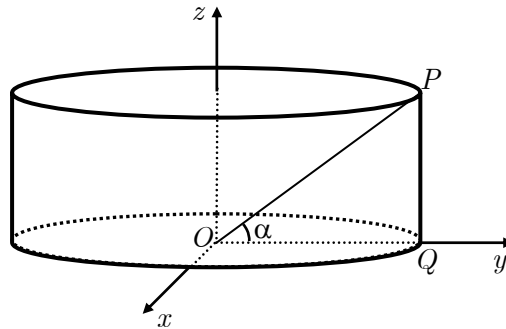
a) Justifica que  $\alpha$  é um plano que contém o ponto de coordenadas  $(-2, 8, -2)$  e é perpendicular ao vector de coordenadas  $(3, 1, 0)$ .

b) Sem usar a calculadora, resolve o sistema formado pelos três planos dados e interpreta geometricamente a solução.

2. “O edredão estava composto sobre a cama, e as almofadas, enroladas em cilindros.”

O PROMONTÓRIO DOS PESADELOS, Carole Berry

Na figura está representado, em referencial o.n.  $Oxyz$ , um cilindro.



Sabe-se que:

- a base inferior do cilindro pertence ao plano  $xOy$ , sendo o centro dessa base o ponto  $O$ ;
- os pontos  $P$  e  $Q$  têm ambos abcissa nula e pertencem à base superior e inferior (respectivamente) do cilindro;
- a aresta  $[PQ]$  é paralela ao eixo  $Oz$ ;
- $\alpha$  é a amplitude do ângulo  $POQ$ ;
- $\overline{OQ} = 5$ .

- a) Supõe que a cota do ponto  $P$  é igual a 4. Escreve uma equação do plano tangente, no ponto  $P$ , à superfície esférica de centro no ponto  $O$  e raio igual a  $\overline{OP}$ .

Nota: um plano tangente a uma superfície esférica é perpendicular ao raio relativo ao ponto de tangência.

- b) Mostra que o volume do cilindro é dado, em função de  $\alpha$ , por

$$V(\alpha) = 125\pi \operatorname{tg} \alpha, \quad \alpha \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$$

- c) Considera o seguinte problema:

*Qual deve ser o valor de  $\operatorname{sen} \alpha$  de modo que o volume do cilindro seja igual a 500?*

Utiliza a tua calculadora para resolver este problema graficamente. Apresenta o valor pedido arredondado às centésimas, assim como os elementos recolhidos na utilização da calculadora: gráficos e coordenadas relevantes.

Nos cálculos intermédios, conserva, no mínimo, três casas decimais.

3. Considera, num referencial o.n.  $xOy$ , o ponto  $A(-4,1)$  e os vectores  $\vec{v}$  e  $\vec{w}$ , tais que  $\vec{v} = (3,1)$  e  $\vec{v} \perp \vec{w}$ .

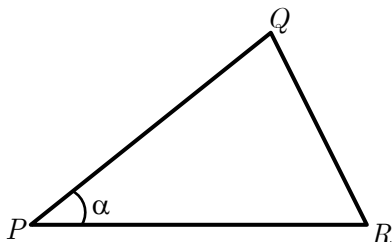
- a) Calcula  $3\vec{v} \cdot (2\overline{AO} - 7\vec{w})$ .

- b) Determina as coordenadas de um ponto  $P$ , pertencente à bissetriz dos quadrantes ímpares, de modo que  $\overline{AO} \perp \overline{AP}$ .

4. “Despertou-a do feitiço uma negra feliz com um pano colorido na cabeça, redonda e formosa, que lhe ofereceu um triângulo de ananás espetado na ponta de uma faca de cortador.”

O AMOR NOS TEMPOS DE CÓLERA, Gabriel García Marquez

Seja  $[PQR]$  um triângulo como o da figura em baixo e seja  $A$  a sua área.



Nestas condições, sabe-se que  $A = \frac{\vec{PQ} \cdot \vec{PR}}{2} \times \operatorname{tg} \alpha$ , sendo  $\alpha$  a amplitude do ângulo  $QPR$ .

a) Mostra que  $A = \frac{\overline{PQ} \times \overline{PR} \times \operatorname{sen} \alpha}{2}$ .

b) Calcula a área do triângulo dado supondo que  $\alpha = \frac{\pi}{4}$ ,  $\overline{PQ} = 4$  e  $\overline{PR} = 4$ .

FIM

### COTAÇÕES

<b>Grupo I (45 pontos)</b>	Cada resposta certa: + 9	Cada questão errada, não respondida ou anulada: 0
--------------------------------	--------------------------	---

<b>Grupo II (155 pontos)</b>	1.....36	2.....51	3.....34	4.....34
	a).....16	a).....17	a).....16	a).....18
	b).....20	b).....17	b).....18	b).....16
	c).....17			

O professor: RobertOliveira