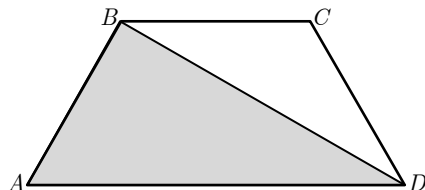


Itens para os testes de 10.º ano
Geometria – Matemática B
2010/2011

1. Na figura está representado o trapézio isósceles $[ABCD]$ em que se tem:

$$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \frac{\overline{AD}}{2}$$

Seja a a área do trapézio $[ABCD]$ e b a área do triângulo $[ABD]$.



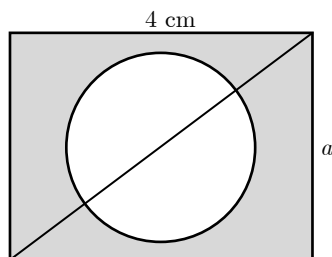
1.1. Mostre que $a = \frac{3}{2}b$

1.2. Seja M o ponto médio de $[AD]$. Sabendo que a amplitude do ângulo BAD é 60° , justifique que o triângulo $[ABM]$ é equilátero e o triângulo $[ABD]$ é rectângulo em B

1.3. Suponha agora que $\overline{AD} = 10$. Calcule, sem usar a calculadora, o valor de a

2. Na figura ao lado, a circunferência e o rectângulo têm o mesmo centro. Sabe-se que:

- um dos lados do rectângulo é igual a 4 cm ;
- a designa o outro lado;
- sendo r o raio da circunferência, ele é igual a um quarto do comprimento da diagonal do rectângulo.



2.1. Escreva uma expressão para a em função de r .

2.2. Mostre que a área da zona a sombreado é dada por $16\sqrt{r^2-1} - \pi r^2$

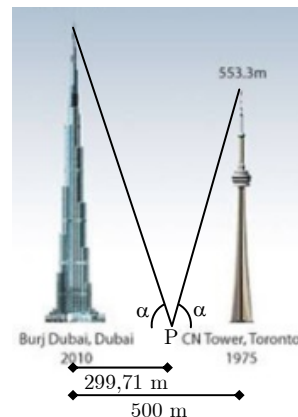
2.3. Calcule a área da zona a sombreado se o rectângulo for um quadrado.

2.4. Suponha agora que o perímetro da circunferência é igual a 20 cm.

2.4.1. Calcule a área da zona a sombreado (em centímetros quadrados e arredondados às centésimas).

2.4.2. Mostre que $a = \frac{4}{\pi} \sqrt{100-\pi}$

3. Em Janeiro deste ano foi inaugurado, no Dubai, o agora edifício mais alto do mundo construído pelo Homem, o *Burj Khalifa* (destronando do primeiro lugar a *CN Tower*, no Canadá). Admita que os dois edifícios se encontram na mesma cidade a uma distância de 500 metros.



Como se pode observar pela figura, foi encontrado um ponto P a 299,71 metros do *Burj Khalifa* e cuja inclinação vista a partir desse ponto em relação aos topos dos edifícios é a mesma.

Determine, em metros, a altura do *Burj Khalifa* (arredondado às unidades) sabendo que a altura da *CN Tower* é igual a 553,3 metros. Em cálculos intermédios, considere duas casas decimais.

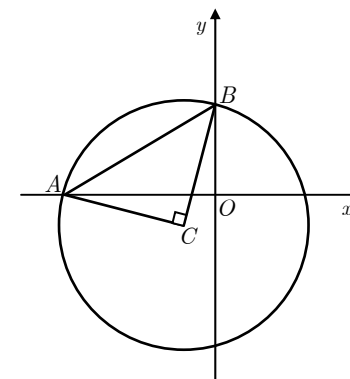
4. No referencial o.n. xOy ao lado, estão uma circunferência e um triângulo $[ABC]$, rectângulo em C . Os pontos A e B pertencem à circunferência e têm coordenadas, respectivamente, $(-5, 0)$ e $(0, 3)$.

4.1. Determine o raio r da circunferência.

4.2. Sejam (a, a) as coordenadas do ponto C , $a < 0$

4.2.1. Sabendo que a área do triângulo $[BCO]$ é igual a $\frac{3}{2}$, determine a

4.2.2. Seja P um ponto do eixo Oy e tal que $\overline{OP} = \overline{OC}$. Sabendo que a área do triângulo $[BCP]$ é igual a 2, determine a



5. Na figura está representado, em referencial o.n. $Oxyz$, um cubo $[OPQRSTUV]$ de aresta 5

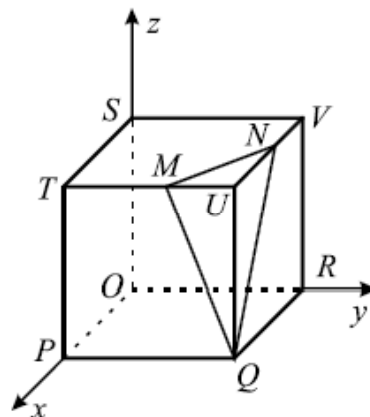
O vértice O do cubo coincide com a origem do referencial.

O vértice P , R e S do cubo pertencem aos semieixos positivos Ox , Oy e Oz , respectivamente.

O ponto N tem coordenadas $(2, 5, 5)$

O triângulo escaleno $[MNQ]$ é a secção produzida no cubo por um plano.

O triângulo $[MNU]$ é isósceles.



5.1. Usando os pontos T , M , N e R , indique, se possível:

5.1.1. Uma recta estritamente paralela ao plano TUQ .

5.1.2. Uma recta não coplanar com a recta TP .

5.1.3. Um plano secante e não perpendicular ao plano ORQ .

5.2. Suponha que $\overline{OM} = \sqrt{59}$

5.2.1. Considere o trajecto mais curto de R a M que passa pela aresta $[UQ]$. Determine o comprimento desse trajecto.

5.2.2. Calcule um valor aproximado às centésimas para o perímetro do triângulo $[MNQ]$.

5.3. Seja k a ordenada do ponto M . Sabendo que a razão entre os volumes do cubo e da pirâmide $[MNQU]$ é igual a 15, determine k .

(Teste intermédio do 11.º ano de Janeiro de 2008 – adaptação)

6. Na figura está representado, em referencial o.n. $Oxyz$, um prisma hexagonal regular $[ABCDEFOPQRST]$ de aresta 3. Sabe-se que:

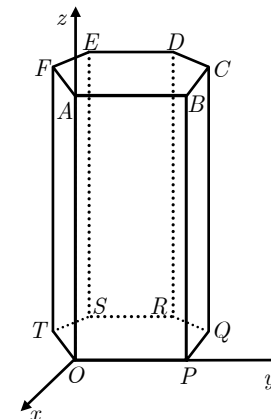
- A base inferior do prisma está contida no plano xOy ;
- A base superior do prisma está contida no plano de equação $z = 8$;
- O eixo Oy contém a aresta $[OP]$;
- O eixo Oz contém a aresta $[OA]$.

6.1. Justifique que as coordenadas do ponto Q são

$$\left(-\frac{3\sqrt{3}}{2}, \frac{9}{2}, 0\right)$$

6.2. O triângulo $[TPQ]$ é recto no ponto P ? Justifique a resposta.

6.3. Considere uma pirâmide cuja base coincide com a base inferior do prisma da figura. Admita que X é o vértice superior da pirâmide. Determine as coordenadas de X sabendo que o volume da pirâmide é igual a $12\sqrt{3}$

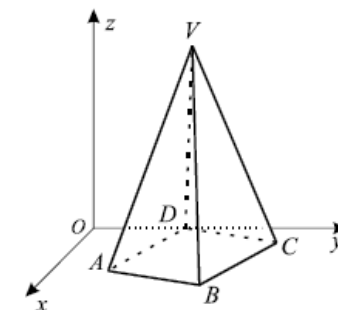


7. Na figura está representada, num referencial o.n. $Oxyz$, uma pirâmide quadrangular regular $[ABCDV]$ cuja base está contida no plano xOy . Sabe-se que:

- o ponto D pertence ao eixo Oy
- o ponto A tem coordenadas $(3, 2, 0)$
- o ponto C tem coordenadas $(1, 6, 0)$
- o ponto V pertence ao plano de equação $z = 6$

7.1. Determine o volume da pirâmide.

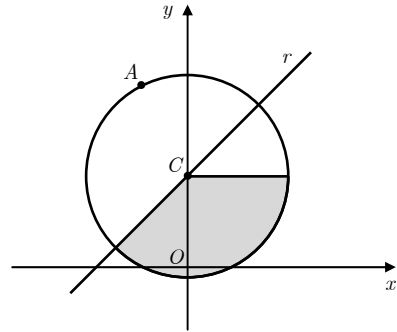
7.2. Determine as coordenadas do ponto V



(Teste intermédio do 11.º ano de Janeiro de 2010 – adaptação)

8. Na figura ao lado está representado um referencial o.n. xOy . Sabe-se que:

- A circunferência tem centro no ponto $C(0, 2)$ e raio igual a $\sqrt{5}$
- O ponto A pertence à circunferência, tem abcissa -1 e ordenada superior a 2
- A recta r é paralela à bissetriz dos quadrantes ímpares e passa no ponto C , centro da circunferência



8.1. Escreva reduzida da equação da recta r

8.2. Indique as coordenadas do ponto A' , simétrico do ponto A em relação ao eixo das abcissas.