Escola Secundária de Francisco Franco (2009/2010)
Matemática A – 10º ano

Problemas de geometria

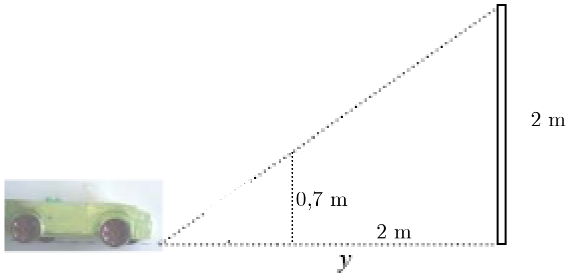
QUESTÕES–AULA Nº 1 (Outubro 2009)

Nome:________________________________ Turma:___ Nº:___

Data:___________ Duração: 30 minutos

Avaliação:________ O professor:___________

1. O Teófilo aproveitou o facto de o carro do pai estar alguns metros à frente da garagem para fazer o seguinte esquema:

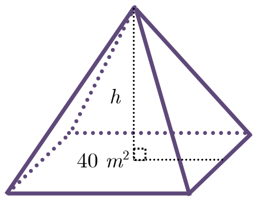


A altura da porta da garagem tem uma altura de 2 m. A que distância y está o automóvel da garagem? Apresenta o resultado em metros, arredondado às décimas.

2. *"O índio escolhera para o seu apetecível repouso uma daquelas colinas em forma de pirâmide, que tão frequentemente se encontram nos vales dos estados americanos."*

O ÚLTIMO MOICANO, Fenimore Cooper

Os alunos de uma turma do 10.º ano vão construir uma pirâmide para pôr no átrio da escola.
A pirâmide vai ser construída usando hastes de ferro e deve ser quadrangular regular, ocupar uma área de 40 metros quadrados e a sua altura deve ser igual a *h* metros.



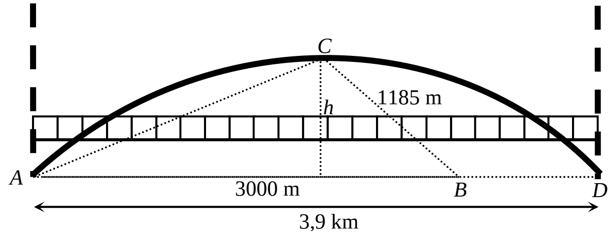
a) Supondo que o volume da pirâmide é igual a 70 metros cúbicos, determina a altura *h* da pirâmide.

b) Supõe agora que a altura da pirâmide é igual a 5 metros. Mostra que o comprimento total de ferro a usar é igual a $4\sqrt{5}\left(2\sqrt{2}+3\right)$ metros.

Testes de Matemática A do 10.º ano: enunciados e resoluções (2009/2010)

3. A ponte Lupu, em Shangai (China), é a maior ponte em arco do mundo (tem um comprimento de 3,9 km).

Num certo instante em que um barco (ponto *B*) está debaixo da ponte, sabe-se que a distância desse barco ao ponto mais alto do arco (ponto *C*) é igual a 1185 metros. Além disso, sabe-se também que a distância desse barco até um ponto na margem do rio (ponto *A*) é igual a 3000 metros (o desenho em baixo não está à escala).



a) Qual é a altura *h* da ponte (desde a parte mais alta do arco até ao rio Huangpu)? Apresenta o resultado final em metros (arredondado às unidades). Sempre que procederes a arredondamentos, conserva, pelo menos, três casas decimais.

b) Calcula o comprimento do arco da ponte, apresentando o resultado final em quilómetros (arredondado às décimas).

Sugestão: designa por *d* o diâmetro da circunferência e estabelece uma relação entre o comprimento do arco e *d*.

Fim

COTAÇÕES

1.	2.a)	2.b)	3.a)	3.b)
40 pontos	30 pontos	50 pontos	40 pontos	40 pontos

Escola Secundária de Francisco Franco (2009/2010)
Matemática A – 10º ano

Geometria analítica no plano

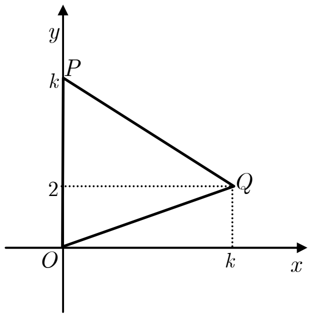
QUESTÕES–AULA Nº 2 (Novembro 2009)

Nome:_______________________________ Turma:___ Nº:___

Data:___________ Duração: 30 minutos

Avaliação:_________ O professor:___________

Na figura ao lado está representado, num referencial o.n. xOy, o triângulo $[OPQ]$. Tal como a figura sugere, as coordenadas do ponto P são $(0,k)$ e as do ponto Q são $(k,2)$.



1. Admita que os pontos O, P e Q pertencem a uma mesma circunferência. Poder-se-á dizer que o segmento $[PQ]$ é um diâmetro dessa circunferência? Justifique a resposta.

2. Nas **duas** alíneas seguintes, considere $k = 6$.

2.1. Verifique se o ponto P pertence à mediatriz de $[OQ]$.

2.2. Determine x de modo que o vector $\vec{u}(x+5, x+3)$ seja colinear ao vector $\overrightarrow{PQ}$.

3. Considere o círculo de condição $x^2 + y^2 - 4x + 8y + 15 \leq 0$.
Determine k de modo a área do círculo seja igual ao do triângulo $[OPQ]$.

cotações	20	60	60	60

Escola Secundária de Francisco Franco (2009/2010)
Matemática A – 10º ano

Geometria analítica no espaço

QUESTÕES–AULA Nº 3 (Dezembro 2009)

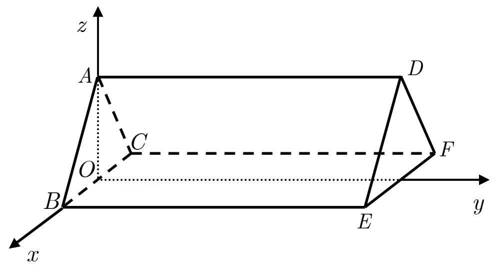
Nome:_______________________________ Turma:___ Nº:___

Data:___________ Duração: 30 minutos

Avaliação:_________ O professor:___________

Na figura está representado, em referencial o.n. $Oxyz$, um prisma triangular regular. Sabe-se que:

- O vértice A pertence ao semieixo positivo Oz;
- O vértice B pertence ao semieixo positivo Ox;
- O vértice C pertence ao semieixo negativo Ox;
- A origem do referencial é o ponto médio do segmento $[BC]$;
- O ponto E tem coordenadas $(1,4,0)$;
- Uma equação da recta AE é $P = E + k\,\vec{u}, k \in \mathbb{R}$, sendo P um ponto qualquer dessa recta e $\vec{u} = \left(1,4,-\sqrt{3}\right)$.



1. Justifique que o ponto A tem coordenadas $\left(0,0,\sqrt{3}\right)$.

2. Indique as coordenadas de um vector colinear a $\overrightarrow{AE}$ e com norma igual a 5.

3. Escreva uma condição para o segmento de recta $[AD]$.

4. Calcule a área da superfície do prisma.

5. Escreva uma condição para a esfera de diâmetro $[EF]$ e determine o seu volume.

cotações	40	45	35	40	40

Escola Secundária de Francisco Franco (2009/2010)
Matemática A – 10º ano

Função definida por ramos

QUESTÕES–AULA Nº 4 (Março 2010)

Nome:________________________________ Turma:___ Nº:___

Data:___________ Duração: 30 minutos

Avaliação:_________ O professor:___________

O *Bugatti Veyron* é o automóvel mais rápido do mundo (e também o mais caro).
Suponha que o *Bugatti* demora um minuto a atingir a velocidade máxima e admita que, t segundos após ele começar um teste de velocidade, esta é dada, em quilómetros por hora, por

$$v(t) = \begin{cases} 49t & \text{se} \quad 0 \le t < 2 \\ \frac{154}{29}t + \frac{2534}{29} & \text{se} \quad 2 \le t \le 60 \end{cases}$$

1. Determine a velocidade máxima do *Bugatti Veyron*. Apresente o resultado em quilómetros por hora, arredondado às unidades.

2. Sabe-se que o *Bugatti* demora mais de 2 segundos a atingir os 100 quilómetros por hora. **Sem usar a calculadora** (excepto para cálculos numéricos), calcule o tempo que o *Bugatti* demora a atingir os cem quilómetros por hora. Apresente o resultado em segundos, arredondado às décimas.

Nota: se usar cálculos intermédios, conserve três casas decimais.

3. Admita que existe um outro automóvel cuja velocidade, t segundos após o começar um teste idêntico, é dada, em quilómetros por hora, por

$$w(t) = -0,11t^2 + 13,2t \text{, sendo que } t \in [2,60]$$

Recorrendo às capacidades gráficas da sua calculadora, resolva e interprete, no domínio $[2,60]$, a seguinte condição: $w(t) \ge v(t)$

Reproduza, na folha de respostas, os gráficos, visualizados na calculadora, devidamente identificados, incluindo o referencial.

Assinale os pontos em que se baseou para dar a sua resposta, indicando as coordenadas relevantes (arredondadas às décimas).

cotações	50	75	75