Matemática, 12º Ano

Análise Combinatória e Probabilidades

Regra de Laplace

Soluções:

1. **a)** 24

b) $\frac{1}{12}$

2. $\frac{16}{31}$

3. **a)** $17\,418\,240$

b) $0,00296$

4. De acordo com a Regra de Laplace, a probabilidade de um acontecimento é dada pelo quociente entre o número de casos favoráveis a esse acontecimento e o número de casos possíveis, quando estes são todos equiprováveis.

Neste caso, o número de casos possíveis é 10^6, pois é este o número de maneiras de preencher um número de oito algarismos, dos quais se conhecem os dois primeiros, podendo cada um dos restantes seis algarismos variar de 0 a 9 (para o primeiro destes seis algarismos existem dez hipóteses, para o segundo também, e por aí adiante, até ao sexto).

O número de casos favoráveis é $6 \times {}^5C_2 \times {}^8A_3$.
Vejamos porquê: de acordo com o enunciado, o número deverá ter exactamente dois algarismos iguais a 9. Como um deles já faz parte do indicativo de todos os números da nova rede, resta um algarismo igual a 9, que pode ocupar qualquer uma das seis posições disponíveis, o que pode ser feito de 6 maneiras diferentes. Para cada uma destas, existem cinco lugares disponíveis para os dois algarismos iguais a 7 que faltam colocar. Existem ${}^5C_2$ maneiras diferentes de escolher duas das cinco posições, para colocar os dois algarismos iguais a 7. Para cada maneira de colocar o algarismo 9 e os dois algarismos 7, existem ${}^8A_3$ maneiras de colocar os restantes algarismos, pois temos oito algarismos disponíveis (todos excepto o 9 e o 7), para ocupar ordenadamente três lugares, sem repetição de algarismos.

A probabilidade pedida é, portanto, $\dfrac{6 \times {}^5C_2 \times {}^8A_3}{10^6}$

5. **(C)**

6. **(B)**

7. **(D)**

8. **(A)**

9. **(D)**

10. **(C)**

11. **(A)**

12. **(D)**

13. **(D)**

14. **(D)**

15. **(B)**

16. **(A)**

17. **(B)**

18. **(B)**

19. **(D)**

20. $\frac{1}{5}$

21. 3%

22. $0,22\%$

23. **a)** $2\,916$
b) $0,504$

24. $\frac{3}{49}$

25. *nunca sair o número 6.* $\left(\frac{125}{216}\right)$

26. **a)** 630
b) $\frac{1}{24}$

27. **a)** 240
b) $\frac{5}{12}$
c) $0,12$

28. **a)** 72
b) $\frac{2}{9}$

29. $\frac{9}{55}$

30. 10%

31. $\frac{1}{7}$

32. $\frac{1}{6}$

33.
a) 126
b) $\frac{2}{21}$

34. $0,008$

35. **a)** $75\,075$
b) $0,114$

36. **a)** 120
b) $\frac{1}{3}$

37. **a)** $5\,040$
b) $\frac{5}{12}$

38. **a)** $2\,592$
b) $0,0015$

39. **a)** 70
b) 51%

40. $\frac{2}{5}$

41. **a)** **a1)** $3\,628\,800$

a2) $103\,680$

b) $\frac{1}{15}$

42. 20%

43. **a)** **a1)** 6%

a2) $0,006$

44. **a)** $\frac{1}{9}$

b) *De acordo com a Regra de Laplace, a probabilidade de um acontecimento é dada pelo quociente entre o número de casos favoráveis à realização desse acontecimento e o número de casos possíveis, se estes forem todos equiprováveis. O número de casos possíveis é $6!$ (número de maneiras de seis pessoas permutarem). O número de casos favoráveis é 2^4. De facto, ficando o casal Martins no meio, ou os Nunes se sentam à direita dos Martins, e os Santos à esquerda, ou vice-versa. Para cada uma destas duas maneiras de os três casais se sentarem, existem $2 \times 2 \times 2$ maneiras de as seis pessoas ocuparem os seus lugares (para cada casal, há duas maneiras de as duas pessoas se sentarem).*

A probabilidade pedida é, portanto, $\dfrac{2^4}{6!}$.

45. $\frac{13}{18}$

46. $\frac{1}{23\,751}$

47. **a)** $\approx 1,75 \times 10^{25}$

b) $\approx 6,86 \times 10^{-25}$

48. $\frac{8}{35}$

49. $\frac{{}^{p}C_2}{{}^{6+p}C_2} = \frac{1}{12} \Leftrightarrow p = 3$