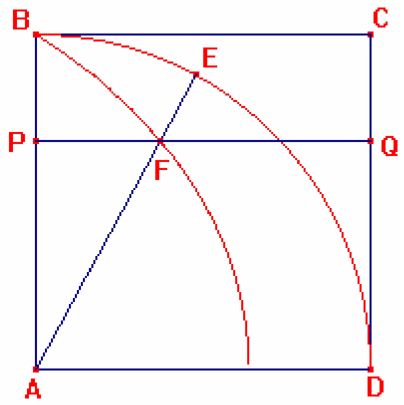
Aplicações da Curva de Hípias

(Tarefa proposta pelo formador em 16/03/2004)

O nome de **Hípias de Elis**, geómetra do séc. V a.C., ficou marcado na história das matemáticas principalmente pela sua contribuição com uma solução para o problema da trissecção do ângulo.

A trissectriz de Hípias é uma curva que foi usada na trissecção do ângulo, pois permite transformar razões entre as amplitudes de dois ângulos em razões entre os comprimentos de dois segmentos de recta, e vice-versa.



$$\frac{AB}{AP} = \frac{\text{arco } BD}{\text{arco } ED}$$

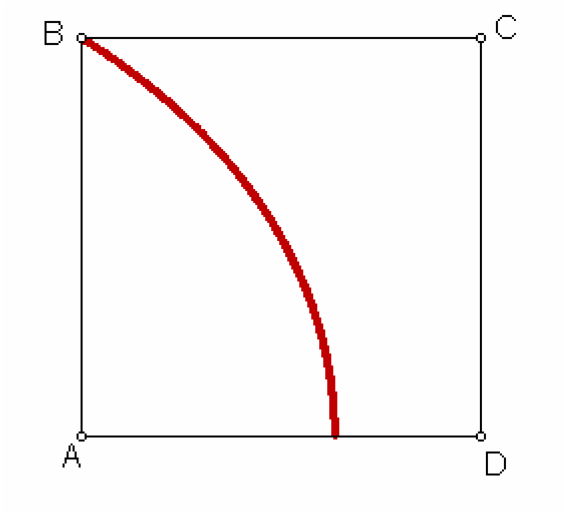
Propriedade da curva que permite reduzir todas as questões de proporcionalidade entre ângulos a questões análogas entre segmentos de recta.

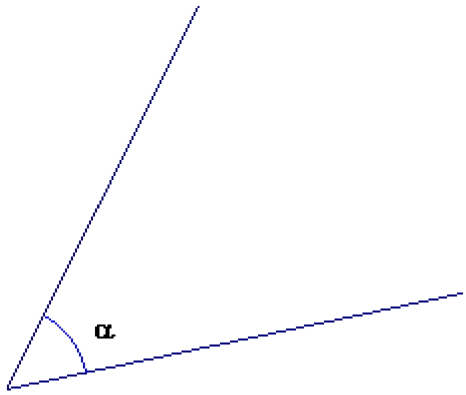
Tendo em atenção que se reduziu uma questão de proporcionalidade entre ângulos a uma questão de proporcionalidade entre segmentos de recta, a curva trissectriz de Hípias permite reduzir a multissecção de um ângulo agudo à multissecção de um segmento de recta.

1ª Tarefa:

Usar a trissectriz de Hípias para construir duas quintas partes de um qualquer ângulo agudo.

Resolução:





Começa-se por transportar o ângulo alfa para uma posição em que o seu vértice coincida com A, um dos seus lados coincida com AD e o outro seu lado intersecte a curva de Hípias num ponto que vamos designar por F.

Seguidamente, por F, traça-se uma paralela a AD, que intersecta AB num ponto que vamos designar por P.

Aplicando o teorema dito de Tales (**Elementos VI.2**), divide-se o segmento AB em cinco partes iguais e consideram-se duas delas, de modo que AR seja dois quintos de AP.

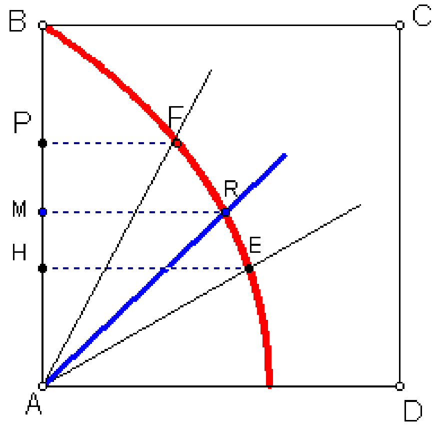
Por R, traça-se uma paralela a AD que intersecta a curva de Hípias no ponto S. A amplitude do ângulo SAD é duas quintas partes da do ângulo FAD, logo também duas quintas partes da amplitude do ângulo inicial alfa.

2ª Tarefa:

Dados dois ângulos agudos quaisquer, alfa e beta, usar a trissectriz de Hípias para construir o meio proporcional entre eles.

Resolução:

Como anteriormente a questão está em reduzir a construção em causa às correspondentes construções em segmentos de recta.



Começa-se por transportar os ângulos alfa e beta para uma posição em que seu vértice coincida com A, um dos seus lados coincida com AD e o outro seu lado intersecte a curva de Hípias num ponto que vamos designar por F e E, respectivamente.

A partir dos pontos F e E, anteriormente construídos, traçamos duas paralelas a AD, designando por G e H os pontos de intersecção destas rectas com AB.

Consideremos assim os segmentos de rectas AP e AH. Utilizando **Elementos VI. 13**, vamos construir o meio proporcional entre estes dois segmentos de recta – seja AM o meio proporcional encontrado.

A partir do ponto M construímos uma recta paralela a AD que intersecta a trissectriz de Hípias num ponto que vamos designar por R. O ângulo RAD tem uma amplitude que é o meio proporcional entre as amplitudes dos ângulos FAD e EAD, ou seja, entre alfa e beta.