# Guia de auto-aprendizagem

EQUAÇÕES DO 1º GRAU COM UMA INCÓGNITA
Retirar parêntesis e/ou denominadores

→ O que é uma equação?

Uma equação é uma igualdade, com pelo menos uma incógnita. Estas últimas costumam ser representadas por letras. Por exemplo, $3x-2=2-x$ é uma equação. Esta equação tem uma incógnita, representada pela letra $x$. Dizemos também, que a equação é do 1º grau. O grau de uma equação é, na maior parte dos casos, o maior expoente de uma incógnita, entre os vários expoentes das incógnitas presentes numa equação. Assim, por exemplo, a equação $5x^3+2=1-y+x$ é do 3º grau, com duas incógnitas, $x$ e $y$. No entanto, vamos trabalhar somente com equações do 1º grau com uma incógnita.

> *Nota*: quando determinas o grau de uma equação, lembra-te que somente terás de olhar para os expoentes das incógnitas. Por exemplo, a equação $x^2-3^5=2+7x$ é do 2º grau, apesar de na equação constar o expoente $5$ na potência $3^5$. No entanto, $3^5$ é um número, nomeadamente $3^5=243$, logo não interfere na determinação do grau da equação. Por outro lado, no caso da equação $3x-2=2-x$, que em cima foi descrita como sendo do 1º grau, lembra-te que em caso de não constar nenhum número em expoente, significa que este é $1$, daí a equação ser do 1º grau.
> Por fim, afirmámos atrás que "o grau de uma equação é, na maior parte dos casos, o maior expoente de uma incógnita", porque há casos especiais. Por exemplo, a equação $2x^4+2z=y^3z^2-y+3$ é do 5º grau, apesar do maior expoente das incógnitas ser $4$. Isto porque $y^3z^2$ é uma multiplicação. Neste caso somam-se os expoentes, obtendo-se $5$, o que é maior que todos os outros expoentes das incógnitas, daí a equação ser do 5º grau.

As equações são utilizadas em diversos contextos. Um dos mais comuns é a resolução de problemas numéricos. Por exemplo, imaginemos o seguinte problema: «A diferença entre o triplo da idade da Maria e doze é igual à soma entre a sua idade e dez. Qual é a sua idade?» Neste caso, vamos, inicialmente, tentar passar este problema para a linguagem simbólica, neste caso, matemática.

Como não sabemos a idade da Maria, vamos utilizar a letra $m$ para a representar. Assim, seja $m$ a idade da Maria.

Sabemos que "a diferença entre o triplo da idade da Maria e doze é igual à soma entre a sua idade e dez". Todos sabem que efectuar a diferença entre duas coisas é retirar a segunda da primeira. Assim, vamos retirar doze ao triplo da idade da Maria. Como o triplo de uma coisa é três vezes essa coisa, temos que o triplo da idade da Maria é $3\times m$, que pode ser representado, simplesmente, por $3m$ (o símbolo de multiplicação pode, neste caso, estar omisso). Deste modo falta-nos retirar doze de $3m$, isto é, $3m-12$. Por outro lado, a "soma entre a sua idade e dez" é mais simples de escrever: $m+10$. Como as duas quantidades, $3m-12$ e $m+10$, são iguais, podemos escrever que $3m-12=m+10$. Deste modo, obtivemos uma equação referente ao problema descrito.

Neste momento podemos pensar, qual será a idade da Maria?

$\rightarrow$ Solução de uma equação.

Vamos então procurar descobrir a idade da Maria. Para tal, podemos tentar adivinhar. Por exemplo, será que tem 20 anos? Para verificar se tal está certo, podemos substituir, na equação, $m$ por 20, visto que $m$ representa a idade da Maria, e queremos saber se esta é 20.

Substituindo, obtemos que $3\times 20-12=20+10$. Efectuando os cálculos, $3\times 20-12=60-12=48$ e $20+10=30$, obtemos a igualdade $48=30$. Como esta igualdade é falsa, podemos concluir que a idade da Maria não é 20.

Vamos agora verificar se a sua idade é 12 anos, isto é, se $m=12$:

$$3\times 12-12=12+10;$$
$$36-12=22;$$
$$24=22.$$

Portanto, a idade procurada também não é 12.

Vamos agora verificar se a sua idade é 11anos, isto é, se $m=11$:

$$3\times 11-12=11+10;$$
$$33-12=21;$$
$$21=21.$$

Como a igualdade obtida é verdadeira, podemos concluir que a idade da Maria é 11 anos.

Ao valor $m=11$ chama-se **solução da equação** $3m-12=m+10$.

> *DEFINIÇÃO*: Um número é **solução** de uma equação do 1º grau com uma incógnita quando, ao concretizar a incógnita por esse número, se obtém uma igualdade verdadeira.

Mas será que o valor $m=11$ é a única solução da equação? Veremos adiante.

Antes de verificarmos se $m=11$ é a única solução da equação, resolve o seguinte exercício.

*Exercício* 1 – Verifica se:

a) $0$ é solução da equação $2-3x=5+x$;

b) $2$ é solução da equação $2x-4=2-x$;

c) $-1$ é solução da equação $2x-3-x=x+2-3x$;

d) $3$ é solução da equação $-3x+10+x=2x+1-x$.

Para verificar se a solução encontrada é única, devemos resolver a equação, coisa que tu já sabes fazer:

$$3m-12=m+10 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 3m-m=10+12 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 2m=22 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow m=\frac{22}{2}\Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow m=11$$

Tu sabes resolver equações do primeiro grau com uma incógnita, no entanto, não sabes retirar parênteses ou denominadores. Por isso, vais trabalhar somente esse capítulo.

$\rightarrow$ Equações com parênteses e denominadores.

Nestes casos, devem-se retirar os parênteses e/ou denominadores, e obter-se-á uma equação igual àquelas que já sabes resolver.

Consideremos a equação $3-(x-2)-x+2(3-x)=4-3(2x-5)-x+(-3+2x-5)$. Para resolvermos esta equação, devemos primeiro retirar os parênteses. Vamos olhar para um parênteses de cada vez. No primeiro, $-(x-2)$, podemos pensar que o que está dentro de parênteses está a multiplicar por $-1$, ou então podemos aplicar a regra dos sinais. No segundo, $+2(3-x)$, o que está dentro de parênteses está a multiplicar por $+2$. No terceiro, $-3(2x-5)$, o que está dentro de parênteses está a multiplicar por $-3$. Por fim, no último, $+(-3+2x-5)$, podemos pensar que o que está dentro de parênteses está a multiplicar por $+1$, ou podemos aplicar a regra dos sinais. Vamos então resolver a equação:

$$3-(x-2)-x+2(3-x)=4-3(2x-5)-x+(-3+2x-5)\Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 3-x-(-2)-x+2\times3+2\times(-x)=4-3\times(2x)-3\times(-5)-x+(-3)+(+2x)+(-5)\Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 3-x+2-x+6-2x=4-6x+15-x-3+2x-5\Leftrightarrow$$

Neste momento, temos uma equação igual às anteriores.

$$\Leftrightarrow -x-x-2x+6x+x-2x=4+15-3-5-3-2-6\Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x=0$$

Ou seja, a solução da equação é $0$.

*Exercício* 2 – Resolve as seguintes equações:

a) $x+(2-2x)=5-(x-3)+2x$;

b) $3+2(x-4)=5x-1-(-2x+4)$;

c) $2x-2(5-x)=3x+(9-2x)$;

d) $-x+3(1+2x)=2x+1-2(x-6)$.

Consideremos agora a equação $-\frac{x}{3}-\frac{1+2x}{2}=2+\frac{1}{2}+\frac{x-6}{3}$. Vamos tentar resolvê-la. Tal como para o caso das equações com parêntesis, o nosso objectivo inicial é retirar os denominadores da equação, para obter uma equação das que resolvemos atrás. Para isso, vamos, inicialmente, igualar os denominadores. Neste caso, temos como denominadores os números 2 e 3. Para os igualar, vamos transformá-los no seu mínimo múltiplo comum, que neste caso facilmente se verifica ser o número 6. Para o fazer, vamos multiplicar o denominador e o numerador de cada uma das fracções, pelo número que faz com que o denominador passe a ser

6. No caso dos termos que não se encontram na forma de fracção, colocámos o denominador 1, para o transformar também numa fracção com denominador igual às restantes. Assim:

$$-\frac{x}{3}-\frac{1+2x}{2}=2+\frac{1}{2}+\frac{x-6}{3}\Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow -\underset{(\times 2)}{\frac{x}{3}}-\underset{(\times 3)}{\frac{1+2x}{2}}=\underset{(\times 6)}{\frac{2}{1}}+\underset{(\times 3)}{\frac{1}{2}}+\underset{(\times 2)}{\frac{x-6}{3}}\Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow -\frac{2x}{6}-\frac{3+6x}{6}=\frac{12}{6}+\frac{3}{6}+\frac{2x-12}{6}\Leftrightarrow$$

Como os denominadores são iguais, podemos colocar cada membro numa fracção com o mesmo denominador:

$$\Leftrightarrow \frac{-2x-(3+6x)}{6}=\frac{12+3+2x-12}{6}\Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \frac{-2x-3-6x}{6}=\frac{12+3+2x-12}{6}\Leftrightarrow$$

Como os denominadores são iguais, podemos multiplicar ambos os membros por 6, o que irá anular o denominador 6, isto é, podemos simplesmente remover os denominadores (já o poderíamos ter feito quando todos os denominadores eram iguais, não é necessário colocar cada membro numa única fracção). Deste modo, obtemos uma equação que já sabemos resolver:

$$\Leftrightarrow -2x-3-6x=12+3+2x-12\Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow -2x-6x-2x=12+3-12+3\Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow -10x=6\Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x=\frac{6}{-10}\Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x=-\frac{3}{5}$$

*Exercício* 3 – Resolve as seguintes equações:

a) $\frac{x+2}{3}-2x=\frac{5}{6}-x-3+2x$;

b) $\frac{3-2x}{5}=\frac{5x-1}{2}-2x+4$;

c) $2x-\frac{5-x}{4}=\frac{3x+9}{2}-\frac{2x}{3}$;

d) $-x+\frac{-1+2x}{2}=2x+\frac{1-2x}{2}-6$.

Concluindo, sempre que temos uma equação com parênteses e/ou denominadores, devemos retirar os parênteses e os denominadores e, deste modo, obtemos uma equação simples que já sabemos resolver. No caso em que a equação tem parênteses e denominadores devemos tirar primeiro os parênteses, em seguida os denominadores para, por fim, terminar a resolução da equação. Vamos agora resolver uma equação com parênteses e denominadores:

$$-(x-5)+\frac{-1+2x}{3}=2(-3-2x)+\frac{-1+(2x-7)+3}{4}-6-\frac{2-5(3-x)}{2}\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -x+5+\frac{-1+2x}{3}=-6-4x+\frac{-1+2x-7+3}{4}-6-\frac{2-15+5x}{2}\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -\frac{x}{\underset{(\times 12)}{1}}+\frac{5}{\underset{(\times 12)}{1}}+\frac{-1+2x}{\underset{(\times 4)}{3}}=-\frac{6}{\underset{(\times 12)}{1}}-\frac{4x}{\underset{(\times 12)}{1}}+\frac{-1+2x-7+3}{\underset{(\times 3)}{4}}-\frac{6}{\underset{(\times 12)}{1}}-\frac{2-15+5x}{\underset{(\times 6)}{2}}\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -\frac{12x}{12}+\frac{60}{12}+\frac{-4+8x}{12}=-\frac{72}{12}-\frac{48x}{12}+\frac{-3+6x-21+9}{12}-\frac{72}{12}-\frac{12-90+30x}{12}\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -12x+60-4+8x=-72-48x-3+6x-21+9-72-12+90-30x\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -12x+8x+48x-6x+30x=-72-3-21+9-72-12+90-60+4\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 68x=-137\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{-137}{68}\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x=-\frac{137}{68}$$

> *Nota*: deves ter cuidado com os sinais no retirar dos denominadores. Lembra-te que as fracções têm sinal. Quando retiras os denominadores deves aplicar a regra dos sinais entre o sinal da fracção e os sinais dos elementos presentes no numerador da fracção.
> Observa, por exemplo, que a equação $+\frac{3x-12}{3}=-\frac{x-10}{3}\Leftrightarrow 3x-12=-x+10$ .

*Exercício* 4 – Resolve as seguintes equações:

a) $\frac{3(-x+2)}{5}-2x=\frac{5}{2}-x-(3+2x)$;

b) $\frac{3-(2-x)}{4}=\frac{5x-1}{2}-2(2-3x)$;

c) $2x-\left(\frac{5-x}{3}-5\right)=\frac{1-3(2x+1)}{2}-\frac{2x}{3}$;

d) $-x+\frac{-1+(-2x-3)}{4}=2-(3-5x)+\frac{1-2x}{4}$.

Agora, já deves saber resolver perfeitamente equações do primeiro grau com uma incógnita. Já sabes, mas para solidificar esse conhecimento será importante e necessário resolver algumas equações mais. Efectua o seguinte exercício e, caso consideres teres obtido estes novos conhecimentos, entrega a resolução do exercício ao teu professor. Qualquer dúvida que tenhas, coloca-a ao mesmo.

*Exercício* 5 – Resolve as seguintes equações:

a) $1-2x=3+x$; b) $3-(-x+2)-2x=-x+(1+3x)$; c) $\frac{-2(-x+3)}{5}+x=-x$;

d) $5-x=-3+2(-2x+1)$ e) $-3(-3x-1)=-\frac{3}{4}$; f) $-\frac{-(-x+3)}{4}=\frac{2(1-3x)}{2}$.

Resolução dos quatro primeiros exercícios:

*Exercício* 1 – $a)$ $2-3\times 0=5+0$ / $2-0=5$ / $2=5$ *não é sol.*; $b)$ $2\times 2-4=2-2$ $4-4=0$ / $0=0$ *é sol.*; $c)$ $2\times(-1)-3-(-1)=-1+2-3\times(-1)$ / $-2-3+1=1+3$ $-4=4$ *não é*; $d)$ $-3\times 3+10+3=2\times 3+1-3$ / $-9+13=6-2$ / $4=4$ *é sol.*.

*Exercício* 2 – $a)$ $x+(2-2x)=5-(x-3)+2x \Leftrightarrow x+2-2x=5-x+3+2x \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow x-2x+x-2x=5+3-2 \Leftrightarrow -2x=6 \Leftrightarrow x=\frac{6}{-2} \Leftrightarrow x=-3$;

$b)$ $3+2(x-4)=5x-1-(-2x+4) \Leftrightarrow 3+2x-8=5x-1+2x-4 \Leftrightarrow$;
$\Leftrightarrow 2x-5x-2x=-1-4-3+8 \Leftrightarrow -5x=0 \Leftrightarrow x=\frac{0}{-5} \Leftrightarrow x=0$;

$c)$ $2x-2(5-x)=3x+(9-2x) \Leftrightarrow 2x-10+2x=3x+9-2x \Leftrightarrow 2x+2x-3x+2x=9+10 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 3x=19 \Leftrightarrow x=\frac{19}{3}$; $d)$ $-x+3(1+2x)=2x+1-2(x-6) \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow -x+3+6x=2x+1-2x+12 \Leftrightarrow -x+6x-2x+2x=1+12-3 \Leftrightarrow 5x=10 \Leftrightarrow x=\frac{10}{5} \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow x=2$.

*Exercício* 3 – $a)$ $\underset{(\times 2)}{\frac{x+2}{3}}-\underset{(\times 6)}{\frac{2x}{1}}=\underset{(\times 1)}{\frac{5}{6}}-\underset{(\times 6)}{\frac{x}{1}}-\underset{(\times 6)}{\frac{3}{1}}+\underset{(\times 6)}{\frac{2x}{1}} \Leftrightarrow 2x+4-12x=5-6x-18+12x \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 2x-12x+6x-12x=5-18-4 \Leftrightarrow -16x=-17 \Leftrightarrow x=\frac{-17}{-16} \Leftrightarrow x=\frac{17}{16}$;

$b)$ $\underset{(\times 2)}{\frac{3-2x}{5}}=\underset{(\times 5)}{\frac{5x-1}{2}}-\underset{(\times 10)}{\frac{2x}{1}}+\underset{(\times 10)}{\frac{4}{1}} \Leftrightarrow 6-4x=25x-5-20x+40 \Leftrightarrow$;
$\Leftrightarrow -4x-25x+20x=-5+40-6 \Leftrightarrow -9x=29 \Leftrightarrow x=\frac{29}{-9} \Leftrightarrow x=-\frac{29}{9}$;

$c)$ $\underset{(\times 12)}{\frac{2x}{1}}-\underset{(\times 3)}{\frac{5-x}{4}}=\underset{(\times 6)}{\frac{3x+9}{2}}-\underset{(\times 4)}{\frac{2x}{3}} \Leftrightarrow 24x-15+3x=18x+54-8x \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 24x+3x-18x+8x=54+15 \Leftrightarrow 17x=69 \Leftrightarrow x=\frac{69}{17}$;

$d)$ $-\underset{(\times 2)}{\frac{x}{1}}+\underset{(\times 1)}{\frac{-1+2x}{2}}=\underset{(\times 2)}{\frac{2x}{1}}+\underset{(\times 1)}{\frac{1-2x}{2}}-\underset{(\times 2)}{\frac{6}{1}} \Leftrightarrow -2x-1+2x=4x+1-2x-12 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow -2x+2x-4x+2x=1-12+1 \Leftrightarrow -2x=-10 \Leftrightarrow x=\frac{-10}{-2} \Leftrightarrow x=5$.

*Exercício* 4 – $a)$ $\frac{3(-x+2)}{5}-2x=\frac{5}{2}-x-(3+2x) \Leftrightarrow \frac{-3x+6}{5}-2x=\frac{5}{2}-x-3-2x \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow \underset{(\times 2)}{\frac{-3x+6}{5}}-\underset{(\times 10)}{\frac{2x}{1}}=\underset{(\times 5)}{\frac{5}{2}}-\underset{(\times 10)}{\frac{x}{1}}-\underset{(\times 10)}{\frac{3}{1}}-\underset{(\times 10)}{\frac{2x}{1}} \Leftrightarrow -6x+12-20x=25-10x-30-20x \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -6x-20x+10x+20x=25-30-12 \Leftrightarrow 4x=-17 \Leftrightarrow x=\frac{-17}{4} \Leftrightarrow x=-\frac{17}{4}$ ;

$b)\quad \frac{3-(2-x)}{4}=\frac{5x-1}{2}-2(2-3x) \Leftrightarrow \frac{3-2+x}{4}=\frac{5x-1}{2}-4+6x \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \frac{3-2+x}{\underset{(\times1)}{4}} = \frac{5x-1}{\underset{(\times2)}{2}} - \frac{4}{\underset{(\times4)}{1}} + \frac{6x}{\underset{(\times4)}{1}} \Leftrightarrow 3-2+x=10x-2-16+24x \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x-10x-24x=-2-16-3-2 \Leftrightarrow -33x=-23 \Leftrightarrow x=\frac{-23}{-33} \Leftrightarrow x=\frac{23}{33}$ ;

$c)\quad 2x-\left(\frac{5-x}{3}-5\right)=\frac{1-3(2x+1)}{2}-\frac{2x}{3} \Leftrightarrow 2x-\frac{5-x}{3}+5=\frac{1-6x-3}{2}-\frac{2x}{3}\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \frac{2x}{\underset{(\times6)}{1}}-\frac{5-x}{\underset{(\times2)}{3}}+\frac{5}{\underset{(\times6)}{1}}=\frac{1-6x-3}{\underset{(\times3)}{2}}-\frac{2x}{\underset{(\times2)}{3}} \Leftrightarrow 12x-10+2x+30=3-18x-9-4x\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 12x+2x+18x+4x=3-9+10-30 \Leftrightarrow 36x=-26 \Leftrightarrow x=\frac{-26}{36}\Leftrightarrow x=-\frac{13}{18}$ ;

$d)\quad -x+\frac{-1+(-2x-3)}{4}=2-(3-5x)+\frac{1-2x}{4}\Leftrightarrow -x+\frac{-1-2x-3}{4}=2-3+5x+\frac{1-2x}{4}\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -\frac{x}{\underset{(\times4)}{1}}+\frac{-1-2x-3}{\underset{(\times1)}{4}}=\frac{2}{\underset{(\times4)}{1}}-\frac{3}{\underset{(\times4)}{1}}+\frac{5x}{\underset{(\times4)}{1}}+\frac{1-2x}{\underset{(\times1)}{4}}\Leftrightarrow -4x-1-2x-3=8-12+20x+1-2x\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -4x-2x-20x+2x=8-12+1+1+3\Leftrightarrow -24x=1\Leftrightarrow x=\frac{1}{-24}\Leftrightarrow x=-\frac{1}{24}$ .

andrepacheco 2004