

Guia de auto-aprendizagem

OPERAÇÕES BÁSICAS COM NÚMEROS INTEIROS

→ O que são números inteiros?

Como tu sabes, os números inteiros são, grosso modo, todos aqueles que não têm parte decimal. Ou seja, os números naturais são inteiros, isto é, os números 1, 2, 3, etc.. Para além destes últimos, também são números inteiros os 0, -1, -2, -3, etc..

Nota: não te esqueças que os números inteiros podem aparecer sobre outras formas, seja na forma de fracção (por exemplo, $\frac{8}{2} = 4$), seja na forma de raiz (por exemplo, $\sqrt{9} = 3$), etc..

→ Soma algébrica de números inteiros.

Não tens qualquer dificuldade em efectuar um cálculo como $3+7$. Mesmo que os números sejam um pouco maiores, conseguirás efectuar o cálculo, simplesmente terás mais trabalho a fazê-lo. A dificuldade surge em cálculos como $3-7$, $-3+7$ ou $-3-7$. Nestes casos, será importante adoptares um esquema de raciocínio que, pelo menos no início, te ajude a efectuar os cálculos. Em seguida, apresento-te alguns exemplos de raciocínios que te podem ajudar a fazer os referidos cálculos.

- O dinheiro.

Uma das coisas que te pode ajudar a fazer as somas algébricas é pensares no dinheiro. Por exemplo, no caso do cálculo $3-7$, poderás colocar a seguinte situação:

- como o número 3 é uma quantidade positiva, significa o dinheiro que tens, isto é, 3 euros; por outro lado, o número -7 é uma quantidade negativa, o que significa um saldo devedor, isto é, aquilo que se deve. Deste modo, se temos 3 euros e devemos 7, entregámos os 3 euros que temos, e ficamos a dever 4 euros; assim, $3-7 = -4$.

No caso do cálculo $-3+7$, devemos 3 euros, mas temos 7. Assim, pagamos os 3 euros que devemos, sobrando-nos 4 euros. Podemos concluir que $-3+7 = 4$.

Por fim, no caso da soma algébrica $-3-7$, devemos 3 euros, e também devemos 7 euros, ou seja, devemos ao todo 10 euros. Concluindo, $-3-7 = -10$.

- A temperatura.

Se pensarmos em termos de temperatura, o raciocínio é parecido com o do dinheiro. Assim, no caso do cálculo $3-7$, podemos imaginar a seguinte situação:

- como o número 3 é uma quantidade positiva, significa que a temperatura é de 3 graus positivos; por outro lado, o número -7 é uma quantidade negativa, o que significa que a temperatura irá baixar 7 graus. Assim, se estão 3 graus e baixam 7, passaremos a ter uma temperatura de 4 graus negativos. Isto é, $3-7 = -4$.

No caso do cálculo $-3+7$, estão 3 graus negativos, mas temos uma subida de 7 graus. Neste caso a temperatura passaria a ser de 4 graus positivos. Concluimos que $-3+7 = 4$.

Por fim, no caso da soma algébrica $-3-7$, estão 3 graus negativos e a temperatura vai baixar 7 graus. Passamos a ter uma temperatura de dez graus negativos. Portanto, $-3-7=-10$.

Há outros esquemas como estes, tal como, por exemplo, o uso da recta numérica, que também ajuda a fazer estes cálculos, não sendo, porém, muito confortável para cálculos com números maiores.

Se não quiseres usar nenhum destes esquemas podes utilizar a seguinte regra geral:

- Quando os números são de naturezas iguais, isto é, os dois positivos ou os dois negativos, juntam-se e coloca-se o sinal que eles têm. Assim, $3+7=10$ e $-3-7=-10$.

- Quando os números são de naturezas diferentes, isto é, um positivo e o outro negativo, subtraem-se (em valor absoluto) e coloca-se o sinal do maior em valor absoluto. Assim, $3-7=-4$ e $-3+7=4$.

Nota: lembra-te que o valor absoluto de um número é a distância do mesmo à origem, isto é, ao número 0. Por exemplo, a distância do número 4 ao número 0 são quatro unidades, ou seja, o valor absoluto de 4 é 4, e representa-se por $|4|=4$. Também a distância do número -4 ao número 0 são quatro unidades, ou seja, $|-4|=4$.

Já agora, se tiveres dúvidas sobre porque é que, no caso dos números de naturezas diferentes, se dá o sinal do maior em valor absoluto, pensa o seguinte: quando deves mais do que o que tens vais ficar a dever, e se tiveres mais do que o que deves ficas com dinheiro.

Agora, para verificares se percebeste correctamente a soma algébrica, adopta um dos esquemas que te mostrei para efectuares os seguintes cálculos (sem calculadora, porque se a utilizares não vais aprender a efectuar somas algébricas de números inteiros):

Exercício 1 – Efectua os seguintes cálculos:

- a) $4-9=$ b) $-2-1=$ c) $-3+3=$ d) $-2-4=$
e) $3-4+2=$ f) $-2-3+5=$ g) $2+4-7=$ h) $-2+9-7-3=$

→ Multiplicação e divisão de números inteiros.

Como sabes, $3 \times 2 = 2 + 2 + 2 = 6$. Podíamos também imaginar que tínhamos 3 vezes 2 euros o que dava igualmente 6 euros. Do mesmo modo, $3 \times (-2)$ pode ser entendido como três dívidas de 2 euros, o que representa uma dívida total de 6 euros, ou seja, $3 \times (-2) = -6$.

Como a multiplicação é comutativa, $3 \times (-2) = (-2) \times 3 = -6$. Deste modo, podemos concluir que quando multiplicamos dois números de sinais contrários, obtemos um número com sinal negativo.

Por outro lado, observa que $2 \times (-2) = -4$, $1 \times (-2) = -2$ e $0 \times (-2) = 0$. Olhando com atenção, observamos que ao diminuir o número de vezes que multiplicamos o -2 , o produto vai aumentando duas unidades de cada vez. Assim, podemos concluir que

$-1 \times (-2) = 2$ e $-2 \times (-2) = 4$. Ou seja, ao multiplicarmos dois números de sinais negativos obtemos um número positivo.

De um modo geral, podemos concluir que ao multiplicarmos dois números inteiros:

- Quando os números têm o mesmo sinal, o seu produto é um número positivo.
Por exemplo, $3 \times 7 = 21$ e $(-3) \times (-4) = 12$.

- Quando os números têm sinais diferentes, o seu produto é um número negativo.
Por exemplo, $2 \times (-7) = -14$ e $(-4) \times 5 = -20$.

Esta regra é usualmente denominada de regra dos sinais, costumando-se dizer que sinais iguais dão mais, e sinais diferentes dão menos. **É importante que nunca te esqueças que esta regra se aplica única e exclusivamente na multiplicação e divisão**, (para a última, iremos ver este facto de seguida).

Para a divisão podemos usar o seguinte exemplo: já sabemos que $2 \times (-8) = -16$.
Dividindo ambos os membros da igualdade por dois, descobrimos que $-8 = \frac{-16}{2}$. Ou seja, dividindo um número negativo por um número positivo, obtemos um número negativo. De um modo análogo se descobriria que as restantes regras para a multiplicação se aplicam na divisão.

Assim, sabemos que $16 \div 4 = 4$, $12 \div (-3) = -4$, $-8 \times 4 = -32$ e $(-15) \times (-3) = 45$.

Agora, para verificares se percebeste correctamente a multiplicação e divisão de números inteiros, efectua o seguinte exercício:

Exercício 2 – Efectua os seguintes cálculos:

a) $4 \times (-1) =$ b) $(-2) \times (-3) =$ c) $(-3) \times 0 =$ d) $15 \div (-5) =$
e) $(-3) \times (-4) \times 2 =$ f) $(-12) \div (-2) =$ g) $(-2) \times 9 \div (-3) =$ h) $\frac{3 \times 4}{-2 \times 6} =$

Por vezes surgem situações do género $-(-3)$, $-(+3)$, $+(-3)$ ou $+(+3)$. Neste caso, estamos perante uma multiplicação. Por exemplo, $-(-3)$ é menos uma vez -3 , ou seja, $-1 \times (-3)$, o que é igual a 3 . Portanto, nestes casos, podemos aplicar directamente a regra dos sinais. Deste modo, $-(-3) = 3$, $-(+3) = -3$, $+(-3) = -3$ e $+(+3) = 3$.

Exercício 3 – Efectua os seguintes cálculos:

a) $4 + (-1) =$ b) $+(-2) - (-3) =$ c) $- (+3) + (+2) =$ d) $-5 - (+5) - (-3) =$

→ Prioridade das operações.

Para efectuares as operações com inteiros falta-te apenas ter cuidado com a prioridade das operações.

Como sabes, quando efectuas o cálculo $1 + 3 \times 4$ não o podes fazer de qualquer forma. Se não tiveres cuidado, efectuas $1 + 3 \times 4 = 4 \times 4 = 16$, o que está totalmente errado. Lembra-te

da prioridade das operações. Deves sempre efectuar multiplicações e divisões, antes das somas e subtracções, salvo excepções. Deste modo, $1 + 3 \times 4 = 1 + 12 = 13$.

Exercício 4 – Efectua os seguintes cálculos:

$$a) 4 + (-1) \times (7) = \quad b) +(-2) \times (-3) + 3 \div (-1) = \quad c) -(+3) + (+2) \times (-4) =$$

$$d) \frac{10 \times (-5) \div 5}{-5 - (+5)} = \quad e) -(-4) \times (-2) + (+1) = \quad f) -(-2) \times (-3) \times 2 \div (-6) =$$

Agora, já deves saber efectuar perfeitamente os cálculos em questão. Já os percebeste, mas para solidificar esse conhecimento será importante e necessário efectuares alguns cálculos mais. Efectua o seguinte exercício e, caso consideres teres obtido estes novos conhecimentos, entrega a resolução do exercício ao teu professor. Qualquer dúvida que tenhas, coloca-a ao mesmo.

Exercício 5 – Efectua os seguintes cálculos:

$$a) -(-2) + 1 \times (-2) - (-3) \times 2; \quad b) 1 - 3 \times 2 + (-4); \quad c) +(-2 + 3) - 3 \times (-4) + (-1) \times (-3);$$

$$d) -2 \times 3 \times (-2) \div (-4) + (+3) - (-1) \times (-2) + 5 \times 3; \quad e) \frac{6 \times (-2)}{-3} - \frac{8}{2 \times (-2)} + 3 \times (-3);$$

$$f) \frac{2 + (-8)}{2} + 2 \times (-3) \times 3 \times (-1); \quad g) \frac{12}{-6} + 2 - (-2); \quad h) \frac{2 \times (-10)}{-2 \times (-5)} + 7 \times (-1);$$

$$i) -3 + 7 - 4; \quad j) \frac{-12}{-4 \times (-3)} - 1 \div (-3); \quad k) \frac{1 - 3 + (-2) - 3 \times 2 + 10}{6 \div (-2) + 2 \times (-7)};$$

$$l) +(-7) - 2 \times (-2) - 2 \times (-1); \quad m) -(-2) + 3 \times (+2) - 6 \div (-3); \quad n) -(-2) + 2 \times (+3).$$

Resolução dos quatro primeiros exercícios:

Exercício 1 – a) $4 - 9 = -5$; b) $-2 - 1 = -3$; c) $-3 + 3 = 0$; d) $-2 - 4 = -6$;
 e) $3 - 4 + 2 = -1 + 2 = 1$; f) $-2 - 3 + 5 = -5 + 5 = 0$; g) $2 + 4 - 7 = 6 - 7 = -1$;
 h) $-2 + 9 - 7 - 3 = 7 - 10 = -3$.

Exercício 2 – a) $4 \times (-1) = -4$; b) $(-2) \times (-3) = 6$; c) $(-3) \times 0 = 0$; d) $15 \div (-5) = -3$;
 e) $(-3) \times (-4) \times 2 = 12 \times 2 = 24$; f) $(-12) \div (-2) = 6$;
 g) $(-2) \times 9 \div (-3) = -18 \div (-3) = 6$; h) $\frac{3 \times 4}{-2 \times 6} = \frac{12}{-12} = -1$.

Exercício 3 – a) $4 + (-1) = 4 - 1 = 3$; b) $+(-2) - (-3) = -2 + 3 = 1$;
 c) $-(+3) + (+2) = -3 + 2 = -1$; d) $-5 - (+5) - (-3) = -5 - 5 + 3 = -10 + 3 = -7$.

Exercício 4 – a) $4 + (-1) \times (7) = 4 - 7 = -3$; b) $+(-2) \times (-3) + 3 \div (-1) = 6 - 3 = 3$;
 c) $-(+3) + (+2) \times (-4) = -3 - 8 = -11$; d) $\frac{10 \times (-5) \div 5}{-5 - (+5)} = \frac{-50 \div 5}{-5 - 5} = \frac{-10}{-10} = 1$;
 e) $-(-4) \times (-2) + (+1) = -8 + 1 = -7$;
 f) $-(-2) \times (-3) \times 2 \div (-6) = -6 \times 2 \div (-6) = -12 \div (-6) = 2$.

andrepacheco 2004