

Aula de História

Arsélio Martins

Dezembro de 2002

A ideia

A definição de obrigação

A lógica de avaliação inerente a um Círculo de Estudos pressupõe que seja elaborado um produto final que traduza a operacionalização dos assuntos debatidos. No programa desta acção de formação podemos ler: "(...) este Círculo de Estudos tem a sua origem num "problema" em comum: como fazer, como concretizar episódios da História da Matemática na sala de aula? (...) "Como produção do Círculo de Estudos, está prevista a elaboração de "guiões" metodológicos de concretização da inserção destes episódios da História da Matemática em contexto educativo".

Deste modo, o Trabalho Final deverá ser um documento que sirva de "instrumento facilitador" da concretização da inserção da História da Matemática em sala de aula, nomeadamente de uma das soluções (construções) para o problema da trissecção do ângulo ou para o problema da duplicação do cubo. Um exemplo (que pode não ser seguido como regra pois as ideias/ inovações são vossas - tudo está em aberto): para leccionar as cónicas vamos "partir" da solução de Menecmo para o problema da duplicação do cubo, assim, com a História da Matemática como fundo podemos chegar aos conceitos matemáticos pretendidos. Não se esqueça que deve envidar esforços para que este trabalho final seja o mais completo possível, tendo em atenção que é o produto final da sua participação neste Círculo de Estudos.

José Miguel Sousa, formador

1 A história no programa do ensino secundário

No corpo do programa actualmente em vigor, particularmente, nas introduções e nas indicações metodológicas, há marcas para viagens pela história e principalmente há referências a problemas históricos relevantes para o conhecimento. As brochuras publicadas posteriormente, como materiais de apoio à leccionação do programa, estão carregadas de exemplos históricos e mesmo dos desenvolvimentos dos temas ao longo dos tempos.

Apesar disso, a utilização da história da matemática no ensino secundário é diminuta. Há muitas razões para a dificuldade na utilização da história. A primeira delas deve ser o menosprezo a que foi votada a história na formação inicial dos professores licenciados em Matemática que não pode ser colmatada facilmente pelos sistemas de formação ao longo da vida profissional dos professores. Apesar disso, há muitos esforços recentes para alterar a situação nas universidades e tem havido, nas pós-graduações, algumas iniciativas que podem ajudar a formação inicial e a formação contínua em história. Começa também a aparecer bibliografia acessível e em Português que pode ajudar a mudar a história nos compêndios e a influenciar a cultura matemática para a leccionação. A deficiente formação cultural dos professores produz ainda uma visão redutora do ensino da ciência que se transforma em justificação e desculpa para transmissão da matemática na forma actual e com poucas ou nenhuma referências ao caminho feito até ao aparecimento dos conceitos, técnicas e ferramentas actuais. Há também uma pressão de prazos para o trabalho lectivo com vista a objectivos mínimos que se ligam a uma ideia de matemática, como caixa de ferramentas modernas, que podem ser manejadas autonomamente de forma satisfatória. Se uma criança pode lavar á máquina a sua roupa sem ter conhecido e experimentado arcaicos sistemas de lavagem, porque não pode ela aceder à matemática na forma actual sem mais viagens e distrações? Até agora, os exames nacionais não puderam pressionar no sentido da história dos conceitos e há mesmo

quem pense que isso nunca irá acontecer no nível do ensino secundário.

1.0.1 Pequena grande evolução

De qualquer modo, a situação face à história da ciência foi sendo alterada e na revisão curricular entretanto feita, as ideias e a produção, embora pequena, sobre o assunto mudaram a forma e o fundo das indicações programáticas. Leia-se a título de exemplo:

*”A utilização de exemplos históricos ou a referência à evolução de conceitos matemáticos ajudará os estudantes a apreciar o contributo da Matemática para a compreensão e resolução de problemas do Homem através do tempo. Algumas situações sugeridas: polinómios em Pedro Nunes, história do Cálculo Diferencial, história dos números complexos. Nas brochuras de apoio ao programa podem ser encontrados muitos exemplos interessantes: origens da geometria (**Geometria 10^o**, pg 34-39), evolução das máquinas de calcular (**Funções 10^o**, pg 28), função logarítmica (**Funções 12^o**, pg 60-62), a régua de cálculo (**Funções 12^o**, pg 66-69), história do teorema fundamental da álgebra (**Trigonometria e números complexos**, pg 79-84), etc.”*

ou

*”Alguns tópicos que poderão ser estudados na resolução de problemas ou em investigações:
(...) – um problema histórico e sua ligação com a História da Geometria. ”*

Estes discursos programáticos não eram possíveis antes e marcam uma grande diferença, ao nível prático da leccionação e antes na concepção de manuais, no que à história da matemática respeita.

1.0.2 Acredita-se.

1. Há quem acredite que a história aos níveis básicos e secundário nunca poderão servir de grande coisa já que

os estudantes não poderão compreender e acompanhar a evolução de qualquer conceito e também não poderão compreender e acompanhar a complexidade do desenvolvimento do pensamento de um dado matemático que toca sempre temas fora do seu alcance. Aceita-se então que se façam vagas referências a um ou outro vulto da história ou se contem historietas pitorescas mais ou menos motivadoras para futuras abordagens da vida e obra de alguns matemáticos ou temas históricos. Mas não mais do que isso.

2. Mas há quem acredite que a evolução histórica de um ou outro conceito é uma condição imprescindível do verdadeiro ensino, uma ajuda fundamental para a compreensão do conceito e ferramenta fundamental na compreensão da ciência actual. Há mesmo quem defenda que o ensino/estudo de algumas questões devia ser feita a partir dos documentos fundadores e não só a partir dos fundamentos escritos sob a forma e à luz do conhecimento actual. Quem assim acredita, chega a manifestar dúvidas sobre a possibilidade de apreensão de algum conhecimento relevante pelos estudantes que, sem fazerem o caminho da história, são chamados a aprender o conhecimento actual na forma actual que é, em termos de linguagem e raciocínio, demasiado sofisticado, sintético e suspenso como uma abstracção intemporal.
3. Há mesmo quem defenda que se é preciso ensinar a actualidade da matemática com as situações da vida moderna que mobilizam matemática, é preciso fazer a história. Os que assim falam, dizem que não há actualidade que não seja um lugar da história. E que o ensino da história é condição do ensino feito para a actualidade.

2 Guião

2.1 A escolha da oportunidade. Um lugar de história

No programa do 10^o ano, que vai entrar em vigor, aparecem algumas referências às cónicas (não no sentido tradicional do termo) que, seguindo uma planificação adequada, podem servir para úteis aulas de história que não prejudiquem a leccionação do programa em prazos adequados, mas antes podem enriquecer a assimilação prevista dos conceitos e técnicas. São elas:

A circunferência e a superfície esférica devem ser tratadas essencialmente como lugares geométricos sem a preocupação de fazer múltiplos exercícios que envolvam apenas as suas equações (a definição de distância entre dois pontos no espaço aparecerá, naturalmente, ligada à determinação do comprimento da diagonal espacial de um paralelepípedo).

O mesmo para a mediatriz/plano mediador (neste contexto só se deve trabalhar com equações de rectas (planos) paralelos a eixos (planos) coordenados ou que sejam bissetrizes (planos bissectores) de quadrantes (octantes)).

A equação da elipse deve aparecer a partir da circunferência por meio de uma mudança afim de uma das coordenadas.

Referência breve à parábola, a algumas das suas principais propriedades e à sua importância histórica.

Esta referência breve não pressupõe nenhuma propriedade em particular mas antes que os estudantes fiquem com uma visão culturalmente mais completa do assunto.

2.2 A divisão da oportunidade em ocasiões

Elabora-se uma lista de possíveis objectivos de estudo e competências (capacidades técnicas, conhecimentos, ...) a desenvolver que constitui ao mesmo tempo uma hipótese de roteiro temporal:

1. Utilizar os conceitos circunferência, elipse e mediatriz para trabalhos com lugares geométricos, usando modelos geométricos e instrumentos de desenho, e se possível tecnologia – calculadora, mas principalmente computadores (GSP ou Cinderella, ou... qualquer outro que sirva para o efeito. Aproveitar para realizar somas de segmentos e fazer alguma referência às formas de trabalhar da álgebra geométrica.
2. Introduzir a parábola como lugar geométrico dos pontos equidistantes de uma recta- directriz e de um dado ponto - foco, (intersecção da mediatriz do segmento que une o foco a um ponto livre da directriz com a perpendicular à directriz com pé no mesmo ponto livre.
3. Dadas duas perpendiculares – eixos – e um segmento unitário, determinar o lugar geométrico dos pontos (x, x^2) , utilizando as semelhanças de triângulos e a proporcionalidade. Introduzir o produto de segmentos. Promover a leitura e contacto com a escrita antiga, pelo menos com a escrita de Descartes. Procurar que os estudantes compreendam os fundamentos da Geometria Analítica, comparando as potencialidades dos meios e dos instrumentos novos com os instrumentos clássicos, as diferentes escritas para melhor compreender a escrita actual e as suas vantagens.
4. Averiguar da existência de soluções reais para alguns problemas envolvendo parábolas. Averiguar das potencialidades dos instrumentos actuais para determinar soluções gráficas reais. Esclarecer as potencialidades e as limitações dos instrumentos clássicos de desenho. Fazer algumas simulações da utilização dos instrumentos utilizando computadores. Discriminar os instrumentos clássicos no painel do Cinderella, por exemplo pela apresentação de exercícios em que se tenham inibido as ferramentas modernas de desenho e computacionais.
5. Abordar o problema da duplicação do cubo, promovendo leituras de textos a ele referidos, o mais perto possível das fontes primitivas, tanto no que respeita às histórias da coisa, como no que respeita aos actores

matemáticos envolvidos. Ler textos de contexto, particularmente alguma coisa sobre Alexandre o Grande. Promover debates sobre textos de história que não devem ser versões coincidentes. E promover alguma reflexão sobre eventuais modos de possibilidade do pensamento matemático realizado nos contextos.

2.3 Da oportunidade ao método

Não sendo adepto das sequências de fichas que podem substituir o discurso (dos professores e estudantes) ou particularizar em pequenos exercícios aquilo que só se aprende quando se compreende numa determinada totalidade, a proposta de trabalho conhecida das partes deve seguir metodologias diversas (se possível com adequação às turmas ou grupos de trabalho) que determinem tanto o ambiente da sala de aula, como os ambientes de estudo fora da sala de aula.

2.3.1 Os lugares geométricos e a tecnologia

O aproveitamento de aulas do primeiro período do 10^o ano para trabalhar com tecnologia pode ser uma forma de ganhar tempo e é, com certeza, uma boa maneira de introduzir com segurança fundamentos da geometria analítica. Não se pode substituir a tecnologia do papel quadriculado (já tão mal vivida) como auxiliar de desenho para a introdução da geometria vectorial, mas a tecnologia pode ser motivadora e é, com certeza, o instrumento eficaz e exemplar para mais fundas interpretações geométricas.

Para este efeito e ganhar tempo, após os esclarecimentos necessários, o professor pode dirigir o trabalho dos estudantes com fichas de trabalho simples em papel ou no computador.

Usando as diversas potencialidades do GSP, por exemplo, podem apresentar-se as instruções completas (e visíveis à medida que forem sendo necessárias) na folha de trabalho do

programa para serem seguidas pelo estudante. Por defeito e por exemplo

Elipse como lugar geométrico.

Hide Objects Ao cima da sua folha de trabalho, desenhe um segmento ST e sobre ele tome um ponto livre R.

$$RS+RT = ST$$

Mais abaixo, tome dois pontos quaisquer F' e F'' de tal modo que $F'F'' < ST$

Construa as circunferências: com centro em F' e raio RS com centro em F'' e raio RT

Determine os pontos P de intersecção das circunferências.

Qual é o lugar geométrico dos pontos P quando R percorre ST?

Animate Point

Aliás, podemos mesmo realizar pequenas fichas ou exercícios sobre os lugares geométricos com programas de geometria dinâmica. Também podemos seguir textos de história e procurar realizar algumas construções dinâmicas que apoiem a compreensão dos resultados de Erastótenes, Menecno, Arquitas, etc.

Recomenda-se vivamente que se façam depois construções de geometria analítica à Descartes, de que poderei dar exemplos mas que já se encontram em vários cursos e páginas de livros e páginas (de Veloso, de Carlos Sá, etc)

2.3.2 Estudo em grupo e leituras

Com apoio numa bibliografia mínima ou em textos policopiados, extraídos de livros, os estudantes podem ser divididos em grupos que trabalham aspectos do mesmo tema. O que é importante é motivar desde o início um trabalho que vai durar mais de três meses passando de um semestre para outro e que exige algum trabalho aturado da parte dos estudantes.

No caso, as propostas podem ir desde

1. a leitura compreensiva de um texto escrito numa forma clássica, estudo dos problemas envolvidos e realização de uma reescrita na forma actual com as construções e os resultados actualizados;
2. a leitura de vários textos de história que apareçam diferentes nas interpretações e atribuições das primeiras soluções para o problema da duplicação do cubo e falem de diversas escolas e exijam, por isso, como resultado uma composição que apresente as diferenças e faça uma interpretação das diferenças nos textos (investigando sobre outros textos, por exemplo);
3. a leitura da história de contexto para uma ou outra escola, de que resultem composições esclarecedoras e ligando o pensamento matemático à sua época;
4. a leitura da deriva religiosa e mitológica sobre a origem dos problemas e a necessidade da sua resolução e, se possível, o cruzamento com outros aspectos, como sejam a arte, a poesia, etc.

Estes estudos devem ser acompanhados semanal ou quinzenalmente pelo professor que tem de estudar ao mesmo tempo para poder desencravar o grupo que tiver encontrado um obstáculo sério ao seu trabalho.

Convém que os estudantes estabeleçam regras para o seu trabalho e aprendam a trabalhar em grupo pequeno, a escolher os espaços, as instalações e equipamentos, a seleccionar o interessante de entre os recursos disponíveis (não é verdade que a informação sobre a duplicação do cubo, por exemplo, se encontre na prateleira (ou no professor) da matemática)

3 A desgraça

Para além da desgraça das minhas muitas tentativas falhadas com a tecnologia, para o que queria particularizar neste guião, também falhei por enquanto na escolha dos textos interessantes e motivadores como exemplos a usar pelos

professores ou como indicações úteis para os grupos de estudantes. A maior parte dos textos para um projecto de aula aberta de história devem poder encontrar-se na bibliografia que tem vindo a ser utilizada na acção (excepção feita a algum contexto histórico, social, político, cultural e religioso).

Para já, preocupei-me só em conceber uma oportunidade de trabalho tão complexa quanto possível dentro do quadro do programa do 10^o ano, sendo certo que a minha má consciência se encontra espalhada no asfalto deste texto, como se tivesse sido vítima de um acidente provocado por defeito de velocidade da execução dos programas. De facto, os professores em geral tentaram refutar a exequibilidade do programa no tempo disponível, o que me obrigou a escrever e a verbalizar um conjunto de indicações de concentração que deixaram (então) um caminho demasiado estreito para a história. Ainda estou convencido que é errada a fórmula metodológica dos professores que repetem exercícios (rotineiros) até que os alunos caiam exaustos sob a ameaça de enquanto não resolvem todos isto não saímos daqui. A razão entre os números de exercícios semelhantes não é igual a qualquer razão entre sabedorias induzidas pelo número das repetições.

Mas a verdade é que escrevi nos primeiros *informat* indicações de trabalho numérico, algébrico e gráfico muito precisas para a leccionação das quádricas e cúbicas.

Seja o que Deus quiser. Apresentarei, se houver tempo, algumas tentativas precisas, isto é com pormenores de execução, a favor da iniciação histórica logo a partir do 10^o ano.